

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

**VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR ACTIVIDADES HUMANAS EM
PONTES PEDONAIS**

José Horácio Varela: Licenciado em Engenharia Civil

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil – Estruturas e Geotecnia

Orientador: Professor Doutor Manuel A. J. Gonçalves da Silva

Versão definitiva

Fevereiro de 2010

RESUMO

O presente trabalho tem como principal objectivo estudar as vibrações induzidas por actividades humanas em pontes pedonais, analisando em particular a passagem superior que faz a travessia sobre a 2ª Circular de Lisboa para o acesso ao Centro Comercial Colombo, em Lisboa.

Numa primeira fase fez-se uma abordagem geral de vibrações induzidas por actividades humanas, dando atenção ao modo de gerar as acções que se fazem actuar no modelo matemático das pontes pedonais. Estudaram-se e sintetizaram-se expressões propostas por vários códigos e pesquisadores.

Na segunda fase procedeu-se à modelação da estrutura existente num programa de cálculo automático e a análise dos resultados obtidos. Encontrados as frequências e modos naturais da vibração da ponte em estudo, introduziu-se, a acção de peão a atravessar o passadiço com vários movimentos diferentes, tais como “corrida”, “jogging” e “andamento normal”.

Os valores obtidos foram, submetidos a uma cuidada interpretação, com o intuito de verificar se os níveis máximos de aceleração, os deslocamentos e as frequências obtidos se encontram dentro dos limites preconizados nas várias normas que abordam este tema.

Concluindo que a estrutura existente não verifica as condições de conforto, fez-se um estudo de soluções possíveis para garantir o conforto aos peões. Dessas soluções estudadas, e com base em questões económicas, estéticas e de aplicabilidade, optou-se por aumento da rigidez da ponte através do reforço do tabuleiro, obtendo assim, resultados satisfatórios.

Palavras-Chave : Ponte pedonal, vibrações, critérios de conforto, amortecedores.

ABSTRACT

The present work has as main objective to study the vibrations induced by human activities on pedestrian bridges, analyzing in particular the flyover which is the crossing over the 2nd Circular of the Lisbon access to Colombo Shopping Center in Lisbon.

Initially there was a general approach to vibration induced by human activities, paying attention to ways to generate measures that are acting in the mathematical model of pedestrian bridges. We studied and synthesized in terms proposed by various codes and researchers.

The second step is the modeling of the existing structure into a program for automatic calculation and analysis of results. Found frequencies and natural modes of vibration of the bridge under consideration is introduced, the action of pedestrians crossing the bridge with several different movements, such as "race", "jogging" and "normal course".

The obtained values were subjected to a careful interpretation, in order to verify that the maximum levels of acceleration, displacement and the frequencies obtained are within the limits prescribed in the various standards that address this issue.

Concluding that the existing structure does not check the conditions of comfort, a study of possible solutions to ensure the comfort of pedestrians was made. Amongst the studied solutions, and based on economic, aesthetic and applicability, we decided to increase the stiffness of the bridge by strengthening the board, thereby obtaining satisfactory results.

Keywords: Footbridge, vibration criteria for comfort, shock absorbers.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, quero manifestar o meu agradecimento ao meu orientador Prof. Catedrático, Doutor Manuel A. J. Gonçalves da Silva pela paciência, compreensão e estímulo dispensados ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço também por todos os ensinamentos, apoio e pela sua compreensão, que contribuíram muito significativamente para a minha motivação e interesse na realização deste trabalho.

Ao Prof. Engenheiro José Nuno Varandas Ferreira, pelos ensinamentos e troca de ideias sobre a Transformada Rápida de Fourier.

Ao amigo, Doutor António Rocha Landim, pelos ensinamentos e apoio no programa Matlab.

Ao amigo, Engenheiro Henrique Vasconcelos, pela partilha de conhecimentos relacionados com a modelação no programa de cálculo SAP2000.

Finalmente, os meus agradecimentos aos meus amigos e à minha família por todo o apoio, compreensão e permanente incentivo.

ÍNDICE DE TEXTOS

1. INTRODUÇÃO	14
1.1 Panorâmica da Concepção e Construção de Pontes Pedonais	15
1.2 A Vibração Excessiva de Algumas Pontes	18
2. CARGAS DINÂMICAS INDUZIDAS POR PEDESTRES	24
2.1 Frequência da Passada.....	25
2.2 Velocidade da Passada	25
2.3 Comprimento da Passada	26
2.4 Tempo de contacto pé-pavimento	27
2.5 Modelação das Acções Humanas em Pontes Pedonais.....	29
2.5.1 Carregamento Vertical.....	31
2.5.2 Carregamento Horizontal.....	33
2.5.3 Grupo de Pessoas e Multidão	36
2.5.3.1 Sincronização Vertical	36
2.5.3.2 Sincronização horizontal.....	37
3. LIMITES DE VIBRAÇÃO E CÓDIGOS DISPONÍVEIS.....	39
3.1 Percepção Humana das Vibrações	40
3.2 Códigos Consultados.....	42
4. CRITÉRIOS DE CONFORTO	50
5. MODELAÇÃO	55
5.3 Modelação da Distribuição de Massa	55
6. CASO DE ESTUDO: “PASSADIÇO C.C. COLOMBO – TRAVESSIA SOBRE 2ª CIRCULAR DE LISBOA”	57
6.1 Caracterização do Passadiço em Estudo	57
6.2 Modelo I – Vibrações Livres.....	60
6.2.1 Resposta Dinâmica Estrutural.....	60
6.2.2 Determinação de Modos e Frequências Naturais de Vibração	61
6.3 Modelo II – Resposta para a Carga Transiente	66
6.3.1 Acções Sobre a Estrutura.....	67
6.3.2 Resultados Obtidos	71
7. SOLUÇÕES POSSÍVEIS PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.....	82

7.1 Aumento da Massa.....	82
7.2 Aumento da Rigidez.....	82
7.3 Aumento do Amortecimento.....	83
8. RECOMENDAÇÕES PARA MELHORAMENTO DO PROJECTO	87
9. AUMENTO DA RIGIDEZ DA PONTE EM ESTUDO	89
9.1 Resultados obtidos	89
10. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	91
CONCLUSÃO	92
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	93
ANEXOS	96

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 - Passadiços Suspensos, Parque Natural de Cancun [1]	16
Figura 1.2 - (a) Passadiço simplesmente apoiado; (b) Passadiço com sucessivos apoios [1]	16
Figura 1.3 - (a) Passadiço metálico com encontros pontuais; (b) Passadiço composto por viga metálica e encontros em betão [1]	17
Figura 1.4 - (a) Passadiço de Max Eyth See, Estugarda; (b) Passadiço atirantado sobre a Rua Schiller, Estugarda[1]	17
Figura 1.5 - (a) Passadiço com vigas de betão armado sobre o IC2; (b) Passadiço com secção transversal mista, Luxemburgo [1]	17
Figura 1.6 - Passadiços de madeira localizados na Pasteleira, Porto [1]	18
Figura 1.7 - ANGERS, Pont suspendu de la Basse-Chaine, avant la Catastrophe [3]	18
Figura 1.8 - A ponte Dee depois do colapso [4]	19
Figura 1.9 – a) Wheeling Suspension Bridge – 1852 [6]; b) Wheeling Suspension Bridge – Circa 1870 [7]	19
Figura 1.10 - Avaliação da Ponte do estreito de Tacoma no Dia da abertura, 01 de Julho de 1940 [9]	21
Figura 1.11 - Secção Central da Ponte Tacoma, 7 de Novembro de 1940 [10]	21
Figura 1.12 - The Toda Park Bridge [12]	22
Figura 1.13 - Auckland Harbour Bridge [7]	22
Figura 1.14 - Vista da Ponte Milénio [Farmer, 2003]	23
Figura 2.1 - Esquema da força aplicada ao pavimento pelo peão e as suas principais componentes	24
Figura 2.2 - Relação da frequência com a velocidade e comprimento da passada [19]	26
Figura 2.3 - Relação da frequência com o tempo de contacto pé-pavimento (curva a) e com o factor de amplificação da carga (curva b) [19]	27
Figura 2.4 - Coeficiente de amplificação dinâmica [20]	28
Figura 2.5 - Esquema da força aplicada ao pavimento pelo peão e as suas principais componentes	30
Figura 2.6 - Vertical and horizontal forcing frequencies [22]	30
Figura 2.7 - Função de carga vertical de uma passada em andamento normal [19]	31
Figura 2.8 - Diagramas tipo da relação força-tempo para diferentes andamentos [19]	32
Figura 2.9 - Registo periódico das forças vertical e horizontal [19]	32
Figura 2.10 - Frequências de passos para o andamento normal de acordo com Matsumoto [19]	33
Figura 2.11 - Mecanismo de vibrações laterais [12]	34
Figura 2.12 - Funções de carga horizontais de uma passada em andamento normal [19]	34
Figura 2.13 - Sentido das componentes da força exercida pelo peão a cada passada	35
Figura 3.1 - Direcções do sistema de coordenadas para vibrações em seres humanos [26]	41
Figura 3.2 - Relação entre a frequência natural fundamental vertical (f_{vert}), e o coeficiente k_{vert}	45
Figura 3.3 - Relação entre a frequência natural fundamental horizontal (f_{hor}), e o coeficiente k_{hor}	45
Figura 3.4 - Curva base da aceleração na direcção vertical [17]	46
Figura 3.5 - Curva base da aceleração na direcção horizontal [17]	47

Figura 4.1 - Acelerações máximas recomendadas para o conforto humano causadas por vibrações devidas a actividades humanas	50
Figura 4.2 - Recommended peak acceleration for human comfort for vibrations due to human activities:	53
Figura 5.1 - Modelo para o cálculo da massa associada a cada nó	55
Figura 6.1 - “Passadiço metálico do centro comercial Colombo, que atravessa a 2ª Circular”, Lisboa	57
Figura 6.2 - Secção transversal do tabuleiro ponte em estudo (mm)	58
Figura 6.3 - Esquema dos apoios do tabuleiro considerado nos modelos.....	59
Figura 6.4 - Esquema dos apoios do tabuleiro existentes	60
Figura 6.5 - Modelo utilizado para a análise dinâmica da ponte (no Modelo I)	60
Figura 6.6 - Modo 1, plano YZ.....	63
Figura 6.7 - Modo 1, plano XZ.....	63
Figura 6.8 - Modo 1, plano XY	63
Figura 6.9 - Modo 1, 3D.....	64
6.10 - Modo 2, plano YZ.....	64
6.11 - Modo 2, plano XZ.....	64
6.12 - Modo 2, plano XY.....	65
6.13 - Modo 2, 3D	65
6.14 - Modo 3, plano YZ.....	65
6.15 - Modo 3, plano XZ.....	66
6.16 - Modo 3, plano XY.....	66
6.17 - Modo 3, 3D	66
Figura 6.18 – Elementos barra discretizados para corrida normal.....	67
Figura 6.19 - Relação entre a FA e o peso do peão para as várias frequências [30].....	68
Figura 6.20 - Relação entre o TC e as várias frequências [30]	68
Figura 6.21 - Relação entre o TP e as várias frequências [30]	69
Figura 6.22 - Padrão típico das forças exercidas pelas pessoas ao atravessar o tabuleiro da ponte com o movimento: (a) corrida, $f = 3,2\text{Hz}$; (b) andar, $f = 2,0\text{Hz}$ [19].....	70
Figura 6.23 – Modelo da acção do peão atravessando a ponte.....	70
Figura 6.24 - Deslocamentos no apoio segundo a direcção Transversal em função do tempo.....	72
Figura 6.25 - Espectro de Frequência do Deslocamento	72
Figura 6.26 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção transversal em função do tempo	72
Figura 6.27 - Espectro de Frequência do Deslocamento	73
Figura 6.28 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção vertical em função do tempo.....	73
Figura 6.29 - Espectro de Frequência do Deslocamento	73
Figura 6.30 - Deslocamentos no apoio segundo a direcção Transversal em função do tempo.....	74
Figura 6.31 - Espectro de Frequência do Deslocamento	74
Figura 6.32 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção transversal em função do tempo	74
Figura 6.33 - Espectro de Frequência do Deslocamento	75
Figura 6.34 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção vertical em função do tempo.....	75
Figura 6.35 - Espectro de Frequência do Deslocamento	75

Figura 6.36 - Deslocamentos no apoio segundo a direcção Transversal em função do tempo.....	76
Figura 6.37 – Espectro de Frequência do Deslocamento.....	76
Figura 6.38 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção transversal em função do tempo	76
Figura 6.39 - Espectro de Frequência do Deslocamento	77
Figura 6.40 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção vertical em função do tempo.....	77
Figura 6.41 - Espectro de Frequência do Deslocamento	77
Figura 6.42 - Aceleração transversal no apoio, induzido por 1 peão correndo a 3.20 Hz	78
Figura 6.43 - Aceleração transversal a $\frac{1}{2}$ vão, induzido por 1 peão correndo a 3.20 Hz.....	78
Figura 6.44 - Aceleração vertical a $\frac{1}{2}$ vão, induzido por 1 peão correndo a 3.20 Hz.....	78
Figura 6.45 - Aceleração transversal no apoio, induzido por grupo não sincronizado correndo a 3.20 Hz.....	79
Figura 6.46 - Aceleração Transversal a $\frac{1}{2}$ vão, induzido por grupo não sincronizado correndo a 3.20 Hz.....	79
Figura 6.47 - Aceleração vertical a $\frac{1}{2}$ vão, induzido por grupo não sincronizado correndo a 3.20 Hz	79
Figura 6.48 - Aceleração Transversal no apoio, induzido por grupo sincronizado correndo a 3.20 Hz.....	80
Figura 6.49 - Aceleração transversal a $\frac{1}{2}$ vão, induzido por grupo sincronizado correndo a 3.20 Hz.....	80
Figura 6.50 - Aceleração vertical a $\frac{1}{2}$ vão, induzido por grupo sincronizado correndo a 3.20 Hz.....	80
Figura 7.1 - TMD ligado a um Sistema de 1GDL	84
Figura 7.2 - TLD ligado a um Sistema de 1GDL [21].....	85
Figura 7.3 - Amortecedor Viscoso [34].....	86
Figura 9.1 - Modelo da Estrutura Reforçada e Esquema do Reforço utilizado	89

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 - Frequências médias de passada para os vários tipos de movimento [18]	25
Tabela 2.2 - Velocidades para os vários tipos de movimento [18]	25
Tabela 2.3 - Comprimentos de passada para os vários tipos de movimento	26
Tabela 2.4 - Coeficientes de amortecimento comuns para pontes do tipo “viga” [21]	28
Tabela 2.5 - Factores de Carga Dinâmica propostos por diferentes autores [16]	36
Tabela 3.1 - Valor das acelerações limite dos vários regulamentos apresentados	48
Tabela 4.1 - Faixas de frequência das actividades e coeficientes dinâmicos	51
Tabela 4.2 - Valores recomendados dos parâmetros apresentados na equação (4.2) e valores limites de (a_0/g) [27]	52
Tabela 4.3 - Tipos de actividades e frequências características [29]	54
Tabela 6.1 - Propriedades da secção transversal do tabuleiro da ponte	58
Tabela 6.2 - Características do material utilizado	58
Tabela 6.3 - Períodos e frequências dos vários modos de vibração	62
Tabela 6.4 - Participação de massas nos vários modos de vibração	62
Tabela 6.5 - Valores das restantes cargas permanentes	67
Tabela 6.6 - Valores para os vários tipos de andamento considerados ao factor de amplificação, tempo de contacto e tempo entre dois passos consecutivos	69
Tabela 9.1 - Períodos e frequências dos vários modos de vibração	90
Tabela 9.2 - Participação de massas nos vários modos de vibração	90
Tabela 10.1 - Comparação das frequências naturais	91
Tabela 10.2 - Comparação dos deslocamentos e acelerações máximos	91

1. INTRODUÇÃO

O tema deste trabalho é o estudo de vibrações induzidas por actividades humanas em Pontes Pedonais, correspondendo a dissertação de Mestrado em Engenharia Civil – Estruturas e Geotecnia na FCT/UNL.

Na primeira parte do estudo faz-se uma abordagem geral de vibrações induzidas por actividades humanas e na segunda parte faz-se a aplicação dos conceitos apresentados à análise de uma estrutura concreta, a “Ponte Pedonal do Centro Comercial Colombo, através da qual se faz travessia sobre a 2ª Circular, Lisboa” para acesso a esse Centro.

Nas últimas décadas, as tendências arquitectónicas e as exigências de mercado têm conduzido os projectistas a utilizar soluções cada vez mais arrojadas do ponto de vista do compromisso entre rigidez e esbelteza, soluções que exigem grande experiência e conhecimento no que diz respeito à utilização de novos materiais e tecnologias em pontes pedonais. Essas novas concepções estruturais têm conduzido a sistemas estruturais de rápida execução com peças de menor peso próprio, grandes vãos, e com um mínimo de elementos verticais, permitindo, assim, uma maior flexibilidade na escolha de soluções. Entretanto esses requisitos impõem soluções estruturais que usem novos materiais, o que só é possível a partir de avanços tecnológicos e científicos, especialmente no campo dos materiais e na modelação estrutural. É conveniente salientar, também, que o progresso, na engenharia estrutural, sempre esteve intimamente ligado a acréscimos significativos da resistência característica dos materiais. Esse facto reduz as secções estruturais das pontes pedonais, bancadas e pisos de ginásios por exemplo, e, muitas vezes, gera estruturas esbeltas e leves, com baixos valores de frequências naturais, próximos da faixa de frequência de excitações associada às actividades humanas, facto que as torna vulneráveis aos efeitos de vibrações induzidas por exemplo pelo caminhar de pessoas ou por excitações mais intensas, como é o caso das acções dinâmicas rítmicas. Essas vibrações resultam em desconforto e, em casos menos comuns, até mesmo no comprometimento da estrutura.

Em geral, os critérios de resistência e estabilidade desse tipo de sistema estrutural são verificados e nota-se que os estados limites últimos não são ultrapassados. No entanto, os estados limites de utilização associados às vibrações excessivas devem ser analisados de forma cuidadosa, procurando alternativas viáveis para minimizar os efeitos dessas vibrações sempre que não respeitem limites de conforto e/ou segurança. Novos sistemas estruturais de

sustentação de pisos têm sido concebidos e o conhecimento do seu desempenho frente a carregamentos dinâmicos prejudiciais ao conforto humano e à estrutura torna-se imperativo. Como se disse, há soluções estruturais caracterizadas pela leveza, flexibilidade e reduzido amortecimento estrutural, e, conseqüentemente, com uma maior sensibilidade às acções dinâmicas a que estão sujeitas por via do tráfego pedonal, que podem permitir níveis de vibração que assumem especial importância na necessária garantia dos níveis de conforto dos utentes. De facto, a utilização destas estruturas pelos peões, cujo ritmo de passada ou respectivas componentes harmónicas (1,4Hz – 2,4Hz) é próxima das frequências naturais da estrutura, podem provocar amplitudes de vibração de tal modo elevadas que põem em causa a própria utilização da estrutura, como se irá pormenorizar mais adiante.

1.1 PANORÂMICA DA CONCEPÇÃO E CONSTRUÇÃO DE PONTES PEDONAIS

A chave para o sucesso de qualquer projecto consiste em saber consolidar o conhecimento teórico numa aplicação prática.

Os passadiços têm a função de conciliarem a eficiência e a segurança na ligação entre dois espaços. Como equipamento, o passadiço tem um considerável impacto na arquitectura e na qualidade do meio urbano. Até por isso, a obra deve reflectir um conjunto de valores da sociedade, isto é, deve ser não só económica, funcional e segura como também deve estar perfeitamente inserida no meio envolvente.

Estes conceitos tornam-se determinantes na ligação da estrutura com a comunidade, pelo que os projectistas deverão procurar a solução estrutural mais adequada a cada caso.

Requer-se aos projectistas a perícia de conceber uma obra de arte que não cause obstrução na envolvente e seja, simultaneamente, uma estrutura com forma e elegância, adequando-se ao local. Este tipo de estrutura, pelo seu impacto, poderá representar uma demonstração da capacidade humana, salientando o conhecimento científico e a sensibilidade artística do projectista. De facto, a identidade de uma obra do tipo em análise é determinada pela combinação do contexto (condições específicas do local e vão a vencer) e da forma (implicações técnicas aplicáveis à solução) [1].

A concepção cuidada de passagens superiores para peões revela-se um árduo desafio. A seguir, apresentam-se os aspectos estruturais de alguns passadiços, mostrando as tipologias desenvolvidas ao longo do tempo, incidindo sobre aspectos como materiais, forma e secções transversais usados.

A construção de obras de arte exige conhecimentos técnicos e capacidade de avaliação das distintas situações, podendo-se tornar numa tarefa difícil, em que os aspectos da estética não devem ser esquecidos em face dos restantes aspectos técnicos.

Um tronco ou uma pedra pode ser suficiente para cruzar um vale profundo. Esta era a solução possível para os povos primitivos.

Em termos construtivos surgiu um processo, designado nos nossos dias por “avanços sucessivos”. Sempre que o vão a vencer ultrapassava o comprimento dos troncos disponíveis, e quando era impossível a construção de apoios intermédios, os “construtores” de então, avançavam sucessivamente com a construção de ambos os lados da passagem, encastrando os troncos nos encontros ou ancorando solidamente um tronco a uma rede de troncos, obtendo estruturas “contínuas” e seguras. Era, então, possível vencer o vão entre os apoios obtidos, por um só tronco de árvore, bastando uma ligação muito simples para a transmissão de esforços ao solo [1].



Figura 1.1 - Passadiços Suspensos, Parque Natural de Cancum [1]



(a)

(b)

Figura 1.2 - (a) Passadiço simplesmente apoiado; (b) Passadiço com sucessivos apoios [1]

A utilização da alvenaria de pedra e a construção em madeira foram sendo aperfeiçoadas ao longo de séculos até que, com a revolução industrial houve profundas transformações, alterando os processos construtivos e as lógicas que até então envolviam a construção. Tanto a nível económico como técnico e científico, a revolução industrial implementou componentes de funcionalidade. Os grandes monumentos do passado com valor simbólico deram lugar a

monumentos marcados pelas novas técnicas e funcionalidade. Passou-se a assistir à conjugação do ferro e do betão em alguns elementos estruturais.



Figura 1.3 - (a) Passadiço metálico com encontros pontuais; (b) Passadiço composto por viga metálica e encontros em betão [1]



Figura 1.4 - (a) Passadiço de Max Eyth See, Estugarda; (b) Passadiço atirantado sobre a Rua Schiller, Estugarda[1]



Figura 1.5 - (a) Passadiço com vigas de betão armado sobre o IC2; (b) Passadiço com secção transversal mista, Luxemburgo [1]

Nas últimas décadas, também por isso, a solução de passadiços de madeira perdeu alguma importância face às potencialidades de materiais como o aço e o betão. No entanto, as passagens de madeira têm ainda sido empregues em locais de lazer, vencendo pequenos vãos e servindo como elementos de embelezamento, especialmente em países com forte tradição de utilizar a madeira como material estrutural.

Feita esta breve introdução, analisam-se a seguir alguns problemas de vibrações que são detectáveis ou ocorreram na utilização de pontes.



Figura 1.6 - Passadiços de madeira localizados na Pasteleira, Porto [1]

1.2 A VIBRAÇÃO EXCESSIVA DE ALGUMAS PONTES

Ao longo dos anos têm-se verificado vários acidentes envolvendo pontes devidos às vibrações excessivas. A seguir, apresentam-se alguns exemplos clássicos desses acidentes, incluindo roturas ou deflexões de grande amplitude por acção humana, para, mais tarde, circunscrever o estudo a pontes pedonais.

Ponte Angers – Angers (França)

A ponte Angers, também chamada ponte de Basse-Chaine era uma ponte suspensa por dois cabos de aço que suportavam a plataforma com 102m de extensão e 7,2m de largura sobre o rio Maine em Angers, França. Foi projectada por Joseph Chaley e por Bordillon, e construída entre 1836 e 1839 [2]. A ponte desmoronou-se a 15 de Abril de 1850, quando 478 soldados franceses marchavam sobre ela, causando a morte de 226 soldados.

Os soldados marchavam juntos e fizeram com que a ponte vibrasse e, tivesse deformações por torção desalojando o cabo de ancoragem. Embora tenha ocorrido um temporal durante o colapso, peritos indicam como causa principal do desastre a combinação do carregamento dinâmico devido à marcha com a corrosão dos cabos. [2]



Figura 1.7 - ANGERS, Pont suspendu de la Basse-Chaine, avant la Catastrophe [3]

Ponte Dee – Londres

A ponte Dee (Figura 1.8), cuja construção foi concluída em 1846, cerca de seis meses mais tarde cedeu quando um comboio local atravessava o final, mandando para o rio a maioria das carruagens do comboio e cinco pessoas perderam a vida. O engenheiro principal do projecto, Robert Stephenson, foi acusado da negligência por uma investigação local, mas mais tarde reviram a evidência e concluíram que a ponte falhou provavelmente pela fadiga devido a um defeito na extremidade de uma viga mestra. [4]

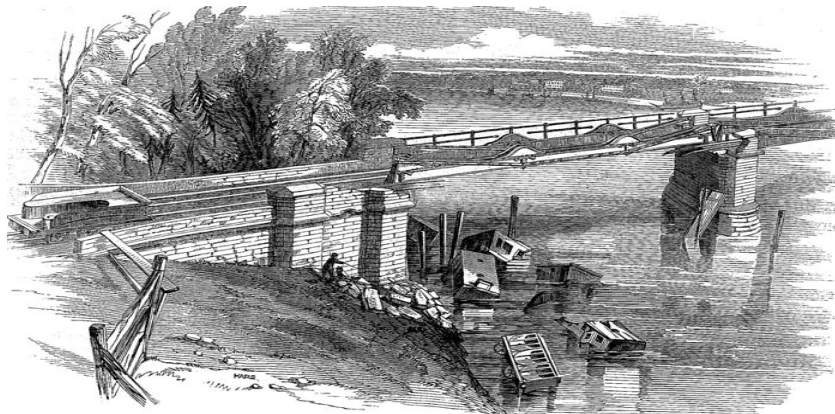


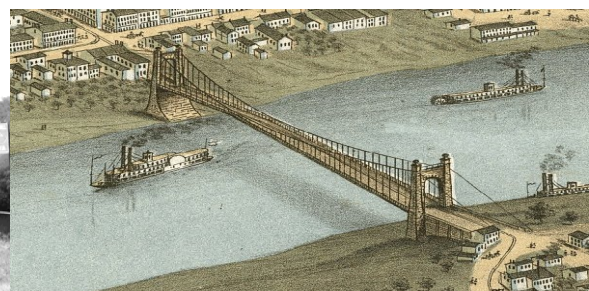
Figura 1.8 - A ponte Dee depois do colapso [4]

Ponte Wheeling – Wheeling (USA)

A ponte suspensa Wheeling, que atravessa o rio de Ohio no Oeste Virgínia foi projectada por Charles Ellet, Jr. e concluída em 1849. Tinha um vão com uma extensão de cerca de 308m que, durante vários anos, foi o vão mais extenso no mundo. A plataforma da ponte era suspensa por doze cabos de aço. Em 1854 a ponte desmoronou numa tempestade de vento, e foi reconstruída em 1859. Nessa altura as treliças de madeira foram reforçadas com os encaixes de juntas de ferro fundido e bielas de ferro forjado. Em 1872, foram adicionados cabos auxiliares e outras modernizações foram concluídas no séc. XX e a ponte permanece em uso [5].



a)



b)

Figura 1.9 – a) Wheeling Suspension Bridge – 1852 [6]; b) Wheeling Suspension Bridge – Cerca 1870 [7]

Ponte do estreito de Tacoma – Tacoma (USA)

A ponte Tacoma (figuras 1.10 e 1.11) foi solidamente construída com vigas mestras de aço de carbono ancoradas em enormes blocos de betão. Os projectos precedentes tinham tipicamente armações de feixe de treliças abertas por baixo do leito da estrada. E, nesses projectos, o vento passava simplesmente pela armação. Mas no novo projecto o vento era desviado acima e abaixo da estrutura. Pouco depois do fim da construção no fim do Junho (aberta ao tráfego a 01 de Julho de 1940), verificou-se que a ponte balançava perigosamente em condições de vento relativamente brandas para a área, fazendo com que a ponte formasse ondas ao longo de seu comprimento, com a plataforma a levantar e a baixar alternadamente. Em determinadas condições uma metade do vão central levantava enquanto a outra baixava e os motoristas viam os carros vindo do outro sentido a aproximar-se e a desaparecer nos vales que dinamicamente apareciam e desapareciam.

A ruptura da ponte ocorreu quando um vento moderado (~ 64 km/h) provocou um modo de torção "nunca antes visto", fazendo com que o lado esquerdo da estrada baixasse, enquanto o lado direito levantava, e vice-versa, permanecendo imóvel a linha central do tabuleiro. Especificamente, era no modo de torção, que o ponto médio da ponte permanecia imóvel enquanto as duas metades da ponte deflectiam em direcções opostas. Dois homens comprovaram este facto, caminhando ao longo da linha central, não afectada pela oscilação do tabuleiro que levantava e baixava para cada lado.

Eventualmente, a amplitude do movimento aumentou para além do limite associado à capacidade de resistência de uma parte vital, neste caso, o cabo de suspensão. Uma vez que vários cabos falharam, o peso da plataforma transferiu-se para os cabos adjacentes que romperam por sua vez até que quase toda a plataforma central caiu na água.

A queda da ponte Tacoma é usada frequentemente como lição da necessidade de considerar os efeitos da aerodinâmica e de ressonância na engenharia civil e estrutural. Porém o efeito que causou a destruição da ponte não deve ser confundido com a ressonância forçada como a do movimento periódico induzido por um grupo de soldados marchando sobre a ponte.

O vento era constante a 67 km/h e a frequência do modo destrutivo, 0.2 Hz, não foi nem um modo natural da estrutura isolada nem frequência de turbilhão da queda da ponte para aquela velocidade de vento. A ruptura só pode ser entendida, considerando o sistema aerodinâmico e estrutural acoplado e requer análise matemática rigorosa. [8]



Figura 1.10 - Avaliação da Ponte do estreito de Tacoma no Dia da abertura, 01 de Julho de 1940 [9]

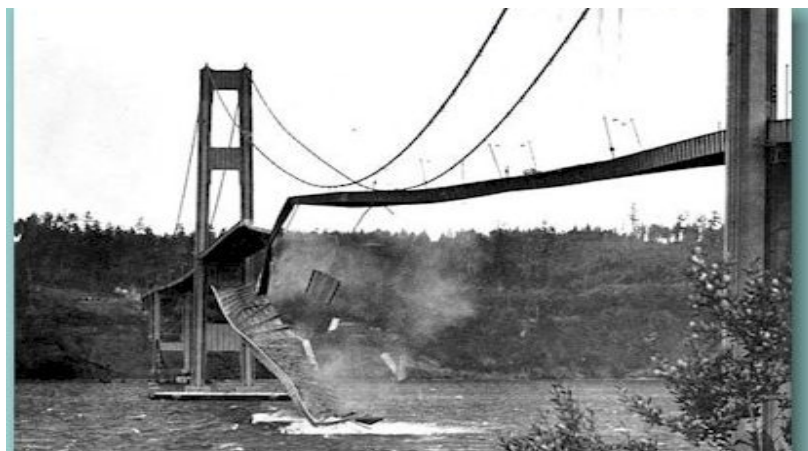


Figura 1.11 - Secção Central da Ponte Tacoma, 7 de Novembro de 1940 [10]

Ponte do Parque de Toda (T- Bridge) – Toda (Japão)

Também ocorreram na ponte do parque de Toda (T-Bridge), cidade de Toda, Japão [11], vibrações horizontais excessivas devido à sincronização do carregamento horizontal de peões. A T-Bridge (Figura 1.12) é uma ponte pedonal suspensa cuja construção foi concluída em 1989. Tem vão intermédio com 134m de comprimento e vãos extremos com 45m de comprimento, e dois planos de cabos suspensos, 11 cabos por plano.

Logo depois da abertura da ponte, milhares de peões cruzaram a T-Bridge do que resultou uma forte vibração lateral. O tabuleiro vibrou lateralmente com amplitude de aproximadamente 10 mm e uma frequência de aproximadamente 0.9 Hz, a frequência natural do primeiro modo transversal. Embora esta amplitude não parecesse ser grande, alguns peões sentiram incómodo e insegurança. [12], [13]. Pela gravação de vídeo e observando o movimento das cabeças das pessoas na multidão, e medindo a resposta lateral, Fujino et al. [12] concluíram que 20% das pessoas na multidão se sincronizou perfeitamente.

Em 1975, a secção norte da ponte da estrada do porto de Auckland em Nova Zelândia (Figura 1.13) sofreu vibrações laterais durante uma demonstração pública, quando a ponte era cruzada por entre 2000 e 4000 pessoas. O vão da secção norte é de 190m e a plataforma da ponte é constituída por uma viga de aço em caixão. A sua frequência natural horizontal mais baixa é 0.67 Hz [14].



Figura 1.12 - The Toda Park Bridge [12]



Figura 1.13 - Auckland Harbour Bridge [7]

Ponte “Millennium” – Londres (Reino Unido)

A ponte “Millennium” sobre o Rio Tamisa em Londres (Figura 1.14), no dia da inauguração, a 10 de Junho de 2000, quando milhares de pessoas percorreram a ponte, experimentou vibrações horizontais excessivas provocadas pelo movimento sincronizado da multidão, o que motivou o seu encerramento ao público.

Aconteceu que quando a estrutura começou a vibrar excessivamente na direcção horizontal, as pessoas que a percorriam tentaram sincronizar os seus movimentos com os da ponte com o objectivo de manter o equilíbrio, no entanto isso fez com que a força induzida pelos peões no passadiço aumentasse. Em vez de se ter várias pessoas a atravessar a ponte com andamentos

diferentes passou-se a ter uma multidão com o passo sincronizado a andar sobre a estrutura, o que provocou uma amplificação das vibrações e consequente instabilidade dinâmica. Este efeito ficou conhecido por “fenômeno de sincronização” [16].



Figura 1.14 - Vista da Ponte Milénio [Farmer, 2003]

2. CARGAS DINÂMICAS INDUZIDAS POR PEDESTRES

As acções provocadas pelos seres humanos quando percorrem um passadiço podem representar-se por funções dinâmicas periódicas que dependem de diversos parâmetros: frequência da passada (número de passos dados pelo pé na unidade de tempo), comprimento da passada, velocidade de movimento e tempo de contacto pé-pavimento. Deste modo, o movimento de um pé introduz uma acção variável na estrutura a cada passo dado. O carácter dinâmico desta acção deve-se não só à variação da posição da carga como também ao facto da sua intensidade variar ao longo do tempo. É de realçar que qualquer dos parâmetros envolvidos nesta formulação varia de indivíduo para indivíduo. Uma análise detalhada no tempo ao movimento de duas pessoas que apresentem andamentos semelhantes permite facilmente detectar diferentes oscilações de ritmo e de postura as quais, aliadas à eventual diferença entre os seus pesos, originam respostas estruturais distintas.

As acções dinâmicas mais significativas analisadas no presente trabalho são as que se devem essencialmente à movimentação normal (“marcha ou caminhar”) ou a um andamento mais rápido (“corrida”). Existem ainda acções esporádicas que podem provocar resposta dinâmica de grande importância, tais como um ou mais peões a saltar num único ponto a determinada frequência, no que habitualmente, se designa como “vandalismo”. Outra situação a ter em conta ocorre quando a frequência da força excitadora iguala a frequência de vibração da estrutura, ocorrendo o fenómeno de ressonância, o que pode nalgumas situações provocar o colapso da estrutura. Deste modo, é importante conhecer a gama de frequências correspondentes aos vários tipos de movimento dos peões e a frequência própria fundamental da ponte, de modo a tentar evitar, logo na fase de projecto, que estas sejam semelhantes.

A força exercida por um pé ao atravessar o tabuleiro de uma ponte pode decompor-se em três componentes: uma vertical e duas horizontais, sendo uma no plano transversal e outra no plano longitudinal do tabuleiro. Contudo, a parcela horizontal da acção no sentido longitudinal é muitas vezes desprezável, uma vez que a rigidez axial de uma ponte é muito grande (praticamente infinita) comparativamente com a rigidez de flexão.

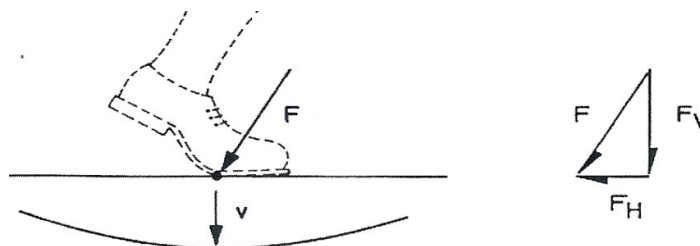


Figura 2.1 - Esquema da força aplicada ao pavimento pelo pé e as suas principais componentes

De seguida são explicitados os factores que caracterizam as acções dinâmicas provocadas pelos peões num passadiço.

2.1 FREQUÊNCIA DA PASSADA

Defini-se a frequência da passada, f_p , como sendo o número de passos dados por um peão por unidade de tempo (segundo).

Vários estudos têm sido realizados com o objecto de determinar a frequência da passada correspondente aos diversos tipos de andamento (“lento”, “normal” e “rápido”). No presente trabalho consideram-se os valores médios obtidos por Wheeler [37], através de testes realizados com um conjunto de pessoas, que se apresentam na Tabela 2.1.

Tipo de movimento	Valor médio da frequência da passada, f_p (Hz)
Andamento Lento	1,7
Andamento Normal	2,0
Andamento Rápido	2,3
Corrida Lenta	2,5
Corrida Normal	3,2

Tabela 2.1 - Frequências médias de passada para os vários tipos de movimento [37]

2.2 VELOCIDADE DA PASSADA

Segundo as indicações dos relatórios médicos, a velocidade do movimento do ser humano pode variar de 0,5m/s (para andamento lento) até 10m/s (para andamento rápido), sendo que este último valor apenas é atingido por atletas de alta competição.

Na Tabela 2.2 apresentam-se os valores da velocidade obtidos por Wheeler [37] para os vários tipos de movimento.

Tipo de movimento	Valor médio da velocidade do movimento, v_p (m/s)
Andamento Lento	1,1
Andamento Normal	1,5
Andamento Rápido	2,2
Corrida Lenta	3,3
Corrida Normal	5,5

Tabela 2.2 - Velocidades para os vários tipos de movimento [37]

2.3 COMPRIMENTO DA PASSADA

O comprimento da passada relaciona-se com a velocidade do movimento (v_p) e a frequência do movimento (f_p) através da equação

$$l_p = \frac{v_p}{f_p} \quad (2.1)$$

Com:

- l_p – comprimento da passada;
- v_p – velocidade do movimento;
- f_p – frequência do movimento.

Tendo em conta os valores da frequência e da velocidade anteriormente indicados, obtém-se para o comprimento da passada, os valores que a seguir se apresentam na Tabela 2.3.

Tipo de movimento	Valor médio do comprimento da passada, l_p (m)
Andamento Lento	0,65
Andamento Normal	0,75
Andamento Rápido	0,96
Corrida Lenta	1,32
Corrida Normal	1,72

Tabela 2.3 - Comprimentos de passada para os vários tipos de movimento [37]

Esta relação de parâmetros encontra-se também representada no seguinte ábaco, proposto por Wheeler [37]:

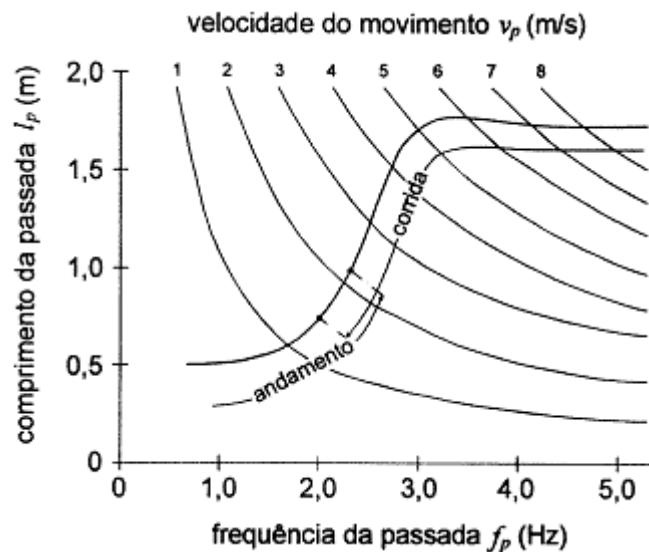


Figura 2.2 - Relação da frequência com a velocidade e comprimento da passada [37]

2.4 TEMPO DE CONTACTO PÉ-PAVIMENTO

Outro parâmetro que importa caracterizar é o tempo de contacto pé-pavimento, t_c . Este parâmetro traduz o intervalo de tempo em que decorre desde o instante em que um dos pés do peão contacta o pavimento até que deixa de existir o contacto. Wheeler [37] relacionou o tempo de contacto pé-pavimento com a frequência da passada de acordo com o ábaco da figura 2.3.

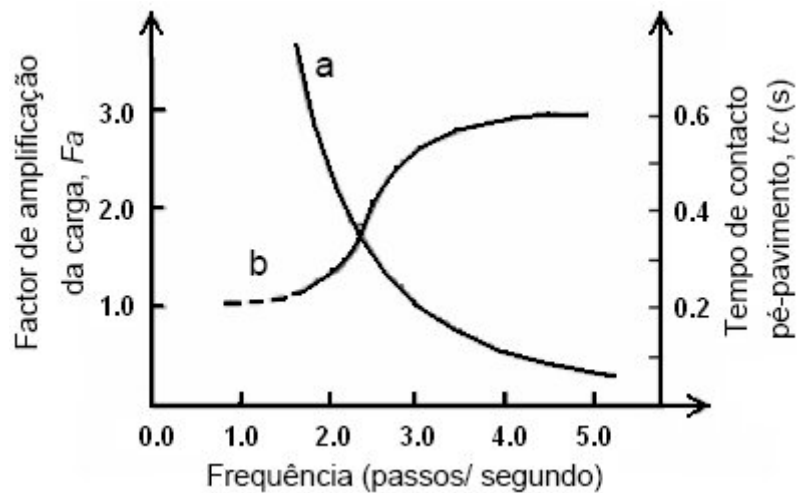


Figura 2.3 - Relação da frequência com o tempo de contacto pé-pavimento (curva a) e com o factor de amplificação da carga (curva b) [19]

Analisando o ábaco conclui-se que o valor do tempo de contacto pé-pavimento diminui à medida que a frequência da passada aumenta. Neste ábaco, também se indica a relação entre o factor de amplificação dinâmica da carga Fa (relação entre o máximo valor da carga gerada pelo peão e o peso estático do mesmo) e a frequência da passada f_p , onde se pode ver que as frequências da passada mais elevadas correspondem também às acções mais energéticas sobre o pavimento, aumentando as forças sobre ele aplicadas. Por exemplo, se um peão for a andar normalmente ($f_p \approx 2,0\text{Hz}$) o factor de amplificação é pouco superior a 1,0 o que significa que a força exercida sobre o pavimento é pouco maior do que o seu peso estático, no entanto se um peão for em passo de corrida normal ($f_p \approx 3,2\text{Hz}$) o factor de amplificação é próximo de 3,0, o que indica que neste caso a força exercida sobre o pavimento a cada passada é cerca de três vezes superior ao peso estático do peão. Verifica-se ainda que o valor da Fa estabiliza perto de 3,0 quando a frequência é superior a 3,5Hz.

Quando a frequência fundamental (f_0) da ponte for bastante menor do que a frequência da força excitadora (f_p), a parcela dinâmica da função de carga é praticamente nula. Quando isto não acontece, ou seja, quando a frequência da força excitadora (f_p) é da ordem da frequência

fundamental (f_0), a parcela dinâmica adquire uma importância maior, atingindo valores máximos quando estas duas frequências se igualam (efeito de ressonância).

As situações anteriormente descritas são traduzidas na figura 2.4.

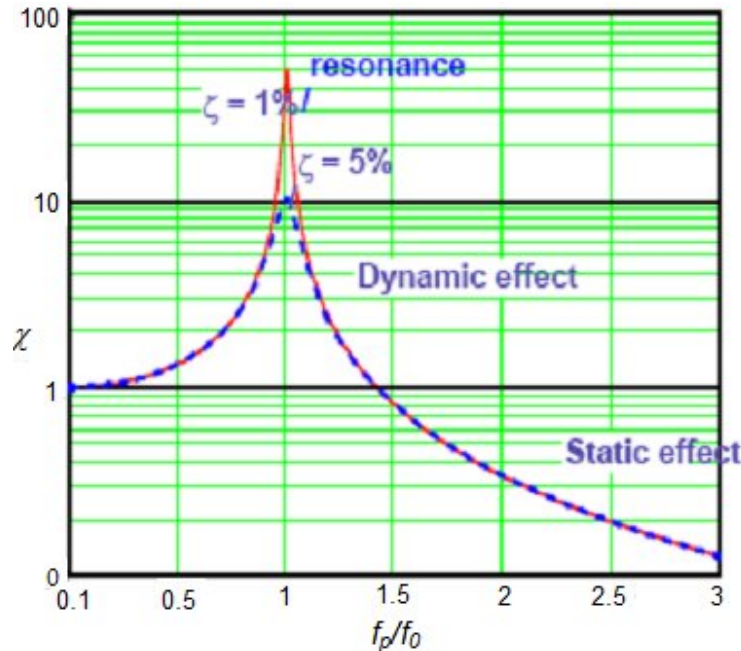


Figura 2.4 - Coeficiente de amplificação dinâmica [20]

O coeficiente de amortecimento, ξ pode atingir valores bastante baixos, especialmente no caso de passadiços cujo material de construção seja o aço ou o betão armado e depende de vários aspectos, tais como o tipo de ligação entre o tabuleiro e os pilares ou entre os pilares e o solo.

Na Tabela 2.4 indicam-se os valores usuais do coeficiente de amortecimento para passagens pedonais do tipo “viga” sob a acção de um peão a andar com uma frequência da ordem de grandeza da frequência fundamental da estrutura. No caso de níveis de vibração muito elevados ou de se verificar a passagem de mais pessoas, o amortecimento pode aumentar.

Tipo de Construção	Mínimo	Médio	Máximo
Betão Armado	0,008	0,013	0,020
Betão Pré-esforçado	0,005	0,010	0,017
Construção Mista	0,003	0,006	-
Aço	0,002	0,004	-

Tabela 2.4 - Coeficientes de amortecimento comuns para pontes do tipo “viga” [21]

A partir dos valores apresentados na Tabela 2.4 é possível calcular valores usuais do coeficiente de amplificação dinâmica quando a ponte entra em ressonância, ou seja, quando $f_p/f_0=1$, recorrendo à expressão que se apresenta de seguida [20].

$$\chi = \frac{1}{2\xi} \quad (2.2)$$

Assim, para uma ponte do tipo “viga”, em aço, considerando um coeficiente de amortecimento de 0,004, os deslocamentos dinâmicos seriam na ressonância cerca de 125 vezes superiores aos deslocamentos estáticos, considerando cálculo elástico e linear.

2.5 MODELAÇÃO DAS ACÇÕES HUMANAS EM PONTES PEDONAIS

As vibrações induzidas por actividades humanas, tais como andar, pular, dançar, entre outras actividades físicas, têm sido consideradas na análise dinâmica de pavimentos, de forma cada vez mais elaborada. As características representativas das cargas geradas durante a execução dessas actividades são de definição complexa e encontram-se associadas às particularidades corporais de cada indivíduo e a maneira como realizam um determinado tipo de actividade. Tais características peculiares podem incluir idade, peso, sexo, etc. Isto pode ser verificado no caso específico do movimento, onde cada indivíduo tende a assumir um tipo de marcha e de velocidade mais condizente com a sua estrutura particular.

O projecto das pontes pedonais é, normalmente executado com base em cargas estáticas. Essas cargas incluem cargas permanentes, mas também vento e tráfego de peões que são de natureza dinâmica. Contudo, essas cargas são normalmente descritas por cargas quase-estáticas multiplicadas, em geral, por alguns factores de amplificação que contam para as suas propriedades dinâmicas. Entretanto, cada vez mais, as pontes pedonais são executadas como estruturas leves, com frequências baixas e baixo amortecimento. Daí, a frequência das acções associadas ao andar, correr ou saltar dos peões poder coincidir com a frequência de vibração da estrutura, ocorrendo o fenómeno de *ressonância*, o que pode nalgumas situações provocar o colapso da estrutura. Em qualquer caso, é importante conhecer a gama de frequências correspondentes aos vários tipos de movimento dos peões e a frequência própria fundamental da estrutura, de modo a tentar evitar que sejam semelhantes.

A seguir são apresentadas as principais componentes da força exercida por um peão ao atravessar o tabuleiro de uma ponte e, como anteriormente referido, a parcela horizontal da acção no sentido longitudinal é desprezável, uma vez que a rigidez axial de uma ponte é muito grande (praticamente infinito) comparativamente com a rigidez de flexão.

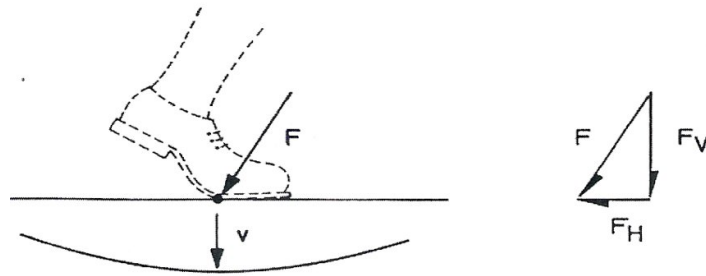


Figura 2.5 - Esquema da força aplicada ao pavimento pelo pé e as suas principais componentes

- **Componente na direcção horizontal** – Esta é a principal responsável pela locomoção do indivíduo. Na fase inicial do intervalo de tempo em que ocorre o contacto, apresenta o sentido do movimento e inverte-se na fase final para possibilitar a progressão do pé.
- **Componente na direcção vertical** – Tendo a direcção dos deslocamentos atrás referidos, é a principal responsável pelo comportamento dinâmico dos pavimentos, tornando-se assim, necessária a sua definição e quantificação.

A frequência do andamento típico (para andar) é de aproximadamente 2 passos por segundo, que dá uma frequência vertical forçada de 2,0 Hz. O andamento lento está na região de 1,4 – 1,7 Hz e o andamento rápido varia de 2,2 – 2,4 Hz. Isto significa que a variação total da frequência vertical forçada é de 1,4 – 2,4 Hz. Dado que a componente lateral da força aplicada é metade da frequência do passo, as frequências laterais forçadas estão na região de 0,7 – 1,2 Hz, (ver Figura 2.6) [22].



Figura 2.6 - Vertical and horizontal forcing frequencies [22]

Muitos passadiços têm frequências verticais e laterais naturais dentro dos limites acima mencionados (1,4-2,4 Hz vertical e 0,7-1,2 Hz horizontal), podendo sofrer vibrações excessivas induzidas pelas acções dos peões. Portanto, a necessidade de considerar as excitações horizontal bem como vertical é óbvia [23].

2.5.1 CARREGAMENTO VERTICAL

Diversas medidas têm sido feitas com o objectivo de quantificar cargas verticais impostas pelos pões sobre as estruturas. A maioria das medições indica que força vertical produzida por uma pessoa tem a configuração indicada na figura 2.7.

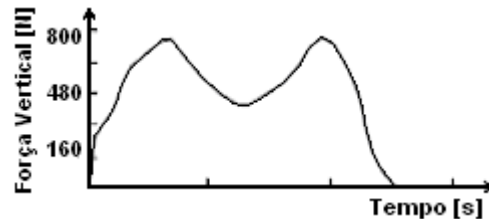


Figura 2.7 - Função de carga vertical de uma passada em andamento normal [37]

Com base nos valores experimentais observados por Wheeler [37], estabeleceram-se, em termos médios e para os diferentes tipos de andamento, os diagramas força-tempo, que se apresentam na Figura 2.8.

Também foram feitas medições para o andar contínuo e as histórias de tempo medidas foram quase periódicas, com um período médio igual à frequência média de passo. As formas gerais de forças contínuas tanto em direcções verticais como em horizontais foram construídas assumindo uma periodicidade perfeita da força, (Figura 2.9) [37].

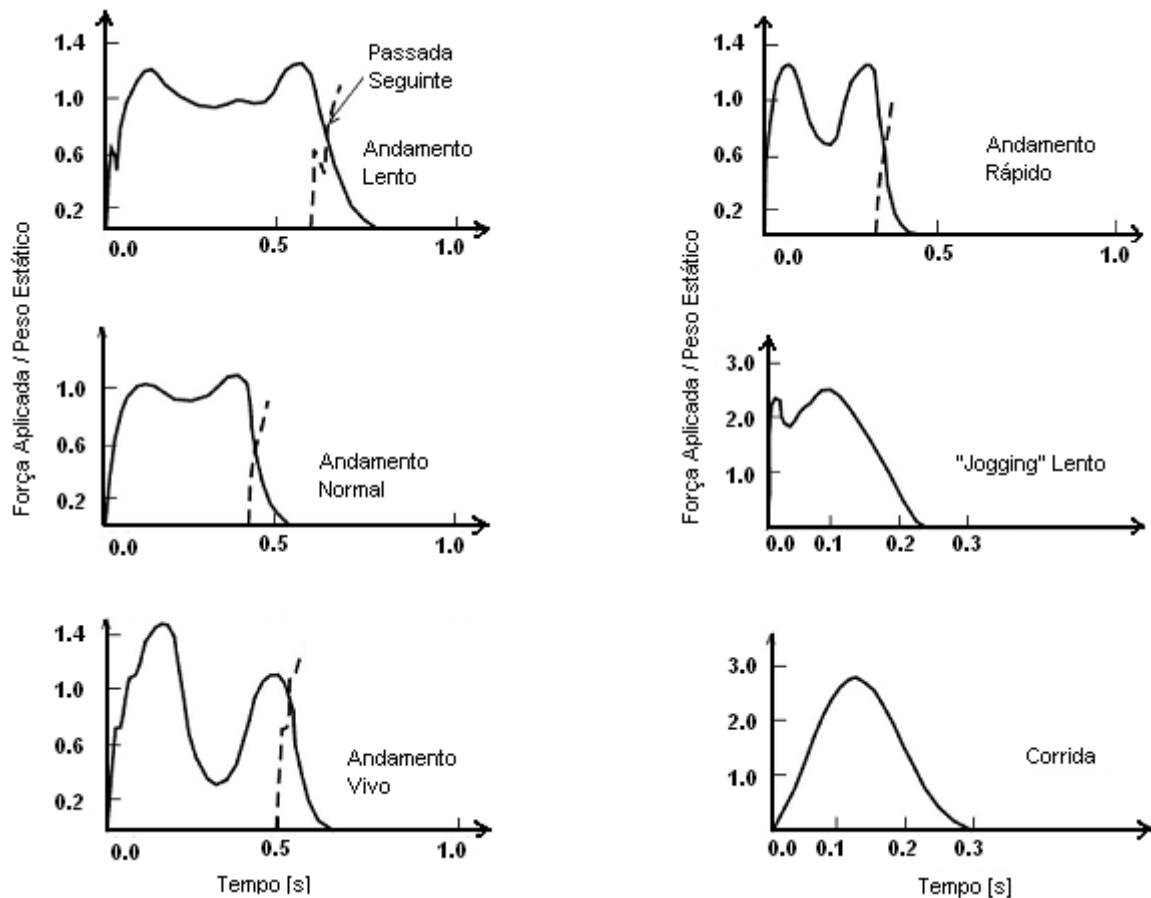


Figura 2.8 - Diagramas tipo da relação força-tempo para diferentes andamentos [19]

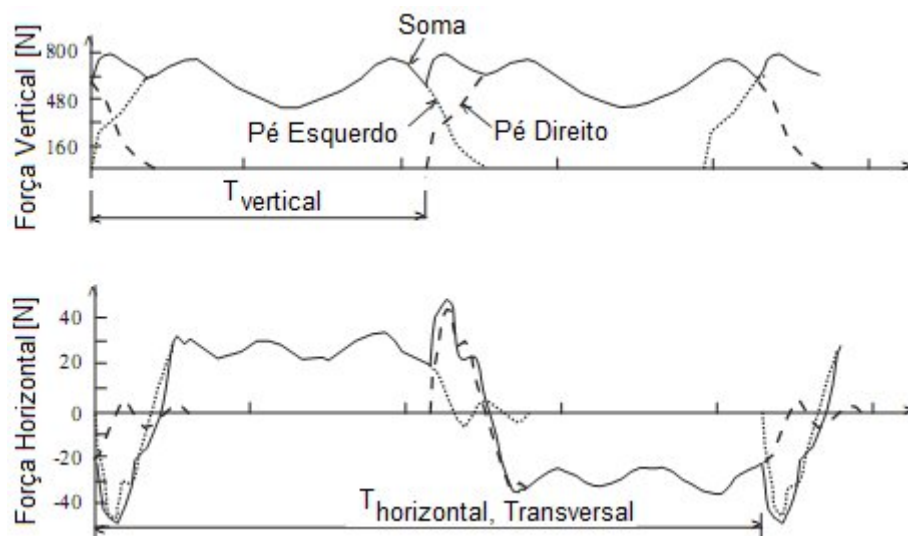


Figura 2.9 - Registo periódico das forças vertical e horizontal [37]

Como mencionado anteriormente, a frequência vertical de excitação está geralmente na região de 1,4–2,4 Hz [8]. Isto foi confirmado com várias experiências, por exemplo por Matsumoto

[19], quem analisou uma amostra de 505 pessoas. Ele concluiu que as frequências do andamento seguiram uma distribuição normal com uma média de 2,0 Hz e um desvio padrão de 0,173 Hz, (Figura 2.10) [19].

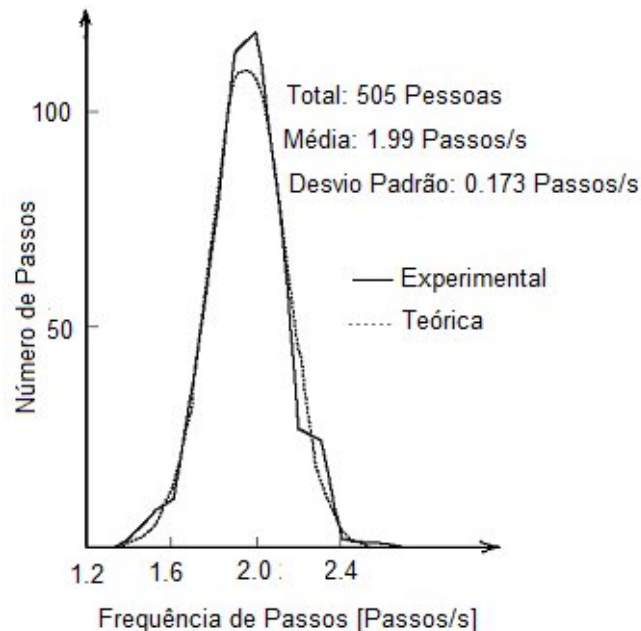


Figura 2.10 - Frequências de passos para o andamento normal de acordo com Matsumoto [19]

Observando os gráficos anteriores (Figura 2.8), verifica-se a existência de dois picos em quase todos os diagramas, exceptuando o correspondente ao andamento “corrida” no qual só existe um pico. Isto deve-se ao facto de, na maioria dos gráficos, o primeiro e segundo picos corresponderem ao assentamento do calcanhar e da planta do pé respectivamente, enquanto que na corrida o ser humano utiliza apenas a ponta dos pés no contacto com a superfície, o que equivale apenas a um pico.

Para frequências inferiores a 1,0Hz, a carga máxima transmitida pouco ou nada excede o peso estático da pessoa, enquanto que em corrida chega a atingir quase três vezes o seu peso – efeito dinâmico muito elevado.

2.5.2 CARREGAMENTO HORIZONTAL

Ao andar numa estrutura, os peões produzem forças dinâmicas horizontais na superfície da estrutura. Essas forças são uma consequência de uma oscilação lateral do centro de gravidade do corpo e as oscilações laterais são uma consequência de movimentos de corpo quando as

peçoas dão passos com o seu pé direito e esquerdo alternadamente. As amplitudes dessas oscilações laterais são, em geral, aproximadamente 1 a 2 cm, Figura 2.11 [12]. Assim, a frequência da passada na direcção transversal (0,7 a 1,2 Hz) é da ordem de metade dos valores da frequência da passada nas direcções longitudinal e vertical (1,4 a 2,4 Hz) [22].

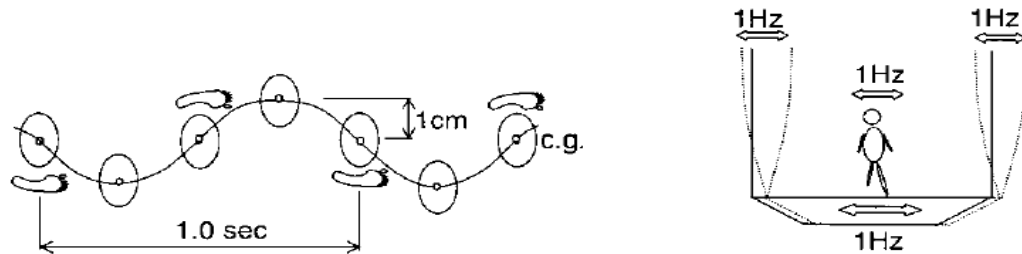


Figura 2.11 - Mecanismo de vibrações laterais [12]

É de realçar que os parâmetros de carregamentos horizontais não são bem conhecidos, pois poucas medidas do valor do carregamento horizontal devido ao andamento foram feitas e, além do mais, foram quase todas feitas nas superfícies não em movimento [19].

Zivanović, et al., 2005 [19] propõem as funções de carga horizontais de uma passada em andamento normal, visíveis na figura 2.12.

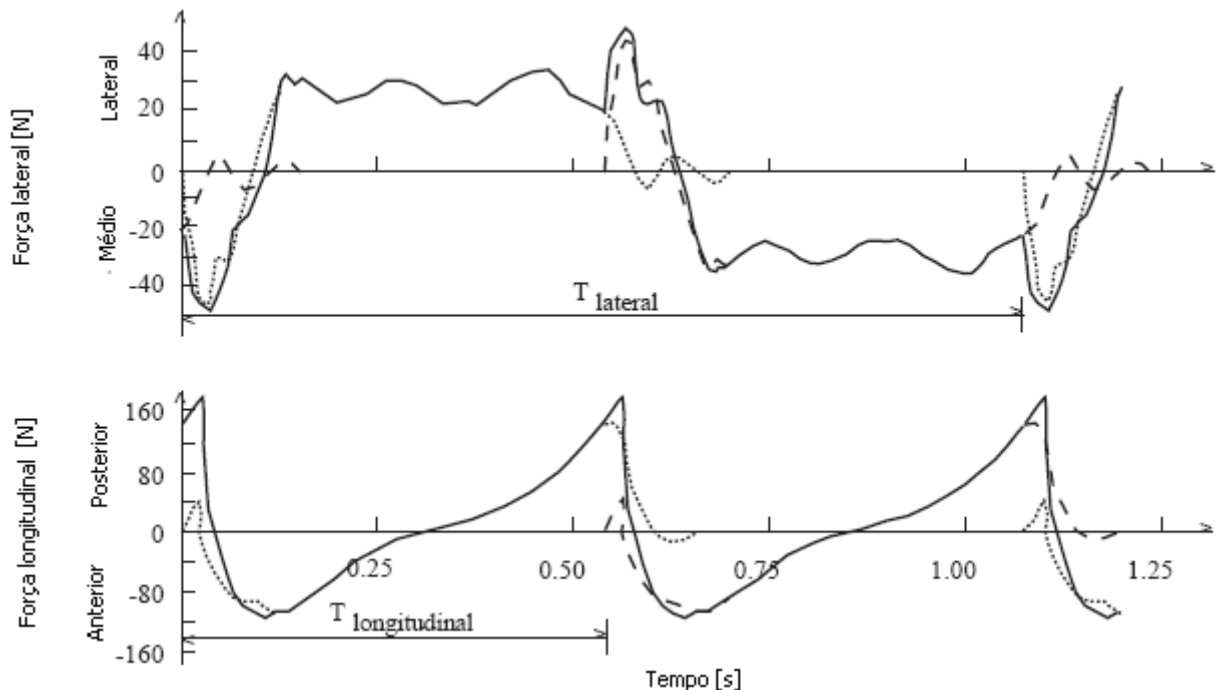


Figura 2.12 - Funções de carga horizontais de uma passada em andamento normal [19]

No primeiro gráfico as ordenadas “lateral” e “médio” significam que os valores da força apresentados se verificam respectivamente na zona extrema e mediana do tabuleiro, medido

na direcção transversal. No segundo gráfico o termo “anterior” e “posterior” correspondem aos valores da força verificados respectivamente atrás e à frente do ponto em que o peão se encontra, na direcção longitudinal do tabuleiro. Os valores da força são negativos na zona “média” no primeiro gráfico, e “anterior” no segundo gráfico, uma vez que correspondem a direcções com sentido contrário ao andamento do peão. Enquanto que na direcção vertical a carga é sempre aplicada no mesmo sentido (gravitacional) em cada passada, a acção horizontal introduz uma força alternadamente para a direita e para a esquerda, conforme o pé utilizado.

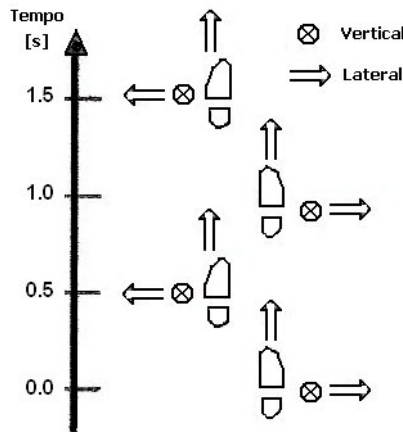


Figura 2.13 - Sentido das componentes da força exercida pelo peão a cada passada

Os diagramas da Figura 2.8, cuja determinação é experimental, podem ser simulados com bastante rigor através do seguinte desenvolvimento em série de Fourier que define que o carregamento pode ser decomposto numa parcela estática (correspondente ao peso do peão) e numa parcela dinâmica caracterizada por um somatório de funções harmónicas com frequências iguais a múltiplos da frequência fundamental do movimento de uma pessoa.

$$F(t) = G \times \left[1 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \sin(2\pi \times i \times f_p \times t + \phi_i) \right] \quad (2.3)$$

Sendo:

G – Peso do peão [N];

α_i – Factor de amplificação dinâmica;

f_p – Frequência i do movimento do peão [Hz];

t – Tempo [s];

ϕ_i – Ângulo de fase da i-ésima harmónica, ou seja, o desfasamento entre as várias funções harmónicas e a primeira, direcção vertical;

ϕ_i – Ângulo de fase da i-ésima harmónica, direcção horizontal;

- i – Número da harmónica;
- n – Número total de harmónicas.

Foram feitas várias medidas a fim determinar o factor de carga, α_i , que é a base para este modelo de carga. Na Tabela 2.5 seguem os valores de factor de carga propostos por três autores diferentes [16]:

Autor	Factor da Carga Dinâmica	Direcção
Blanchard, 1977	$\alpha_1 = 0.257$	Vertical
Bachmann et al., 1987	$\alpha_1 = 0.37$; $\alpha_2 = 0.10$; $\alpha_3 = 0.12$; $\alpha_4 = 0.04$; $\alpha_5 = 0.08$	Vertical
Bachmann et al., 1987	$\alpha_1 = 0.039$; $\alpha_2 = 0.010$; $\alpha_3 = 0.043$; $\alpha_4 = 0.012$; $\alpha_5 = 0.015$	Transversal
Young, 2001	$\alpha_1 = 0.37(f - 0.92)$; $\alpha_2 = 0.054 + 0.0044f$; $\alpha_3 = 0.026 + 0.0050f$; $\alpha_4 = 0.010 + 0.0051f$	Vertical

Tabela 2.5 - Factores de Carga Dinâmica propostos por diferentes autores [16]

2.5.3 GRUPO DE PESSOAS E MULTIDÃO

Tendo descrito tanto as forças verticais como horizontais produzidas por um único peão, interessa agora descrever as forças produzidas tanto por um grupo de pessoas andando à mesma velocidade, como pelo andamento de uma multidão. É sob tais circunstâncias que normalmente ocorre o fenómeno de sincronização peão-estrutura, e isto acontece quando os peões adaptam os seus passos às vibrações da estrutura [19].

2.5.3.1 SINCRONIZAÇÃO VERTICAL

Ao andar sobre uma ponte, os peões são mais tolerantes às vibrações verticais do que às horizontais. Segundo um estudo relatado por Bachmann e Ammann em 1987, os deslocamentos verticais de pelo menos 10mm causam perturbação na frequência natural da passada. Isto corresponde a aceleração de, pelo menos, 1.6 m/s^2 em 2Hz. Também um teste de grupo com 250 pessoas na ponte “Millenium”, Londres não revelou nenhuma evidência da sincronização com as amplitudes verticais da aceleração até 0.4 m/s^2 [24]. Além disso, esses testes não forneceram nenhuma evidência que as forças verticais geradas por pedestres fossem diferentes de aleatórias. É, por isso, provável que limites de vibrações existentes apresentados

nas normas sejam suficientes para impedir a sincronização vertical entre a estrutura e os peões.

2.5.3.2 SINCRONIZAÇÃO HORIZONTAL

Sabe-se que os peões são sensíveis ao movimento lateral de baixa frequência da superfície em que andam. O fenómeno de sincronização horizontal pode ser descrito como se segue. Primeiro, as forças horizontais aleatórias do andamento de peões, combinadas com a sincronização que ocorre naturalmente dentro de uma multidão, causam um pequeno movimento horizontal da ponte e possivelmente, a marcha de alguns peões fica sincronizada com o movimento da ponte. Se este pequeno movimento for perceptível, torna-se mais confortável para os peões andarem em sincronização com o movimento horizontal da ponte. Como o movimento lateral afecta o equilíbrio dos peões, estes tendem a sincronizar os seus passos com o movimento da superfície, de forma a manter o seu equilíbrio lateral.

Este comportamento instintivo das pessoas faz com que as forças dinâmicas sejam aplicadas a uma frequência ressonante da ponte e conseqüentemente, o movimento da ponte aumenta. A marcha dos peões é sincronizada, aumentando o movimento lateral da ponte ainda mais.

Como a amplitude do movimento aumenta, as forças dinâmicas laterais aumentam assim como o grau de sincronização entre pedestres. Entretanto, por causa do comportamento humano, os peões reduzem a velocidade da marcha ou param de andar quando a vibração se torna pouco confortável. [16].

As observações indicam que um número significativo de peões pode começar a sincronizar quando a amplitude do movimento do passadiço é apenas de alguns milímetros [25].

É natural que uma primeira tentativa de modelar cargas induzidas por um grupo de peões consista na multiplicação da carga induzida por um único peão, $f_p(t)$, por alguma constante. Em 1978, *Matsumoto* tentou definir a tal constante [19]. Ele assumiu que os peões chegavam à ponte seguindo uma distribuição de Poisson, enquanto que o ângulo de fase seguia uma distribuição completamente aleatória. Baseado nessas suposições, *Matsumoto* definiu um factor m para multiplicar a amplitude de vibração calculada para uma pessoa

$$m = \sqrt{\lambda T_0} \quad (2.4)$$

onde o λ é a taxa de fluxo média de pessoas sobre a largura da plataforma [pessoa/s] e T_0 é o tempo, em segundos, necessário para atravessar uma ponte de comprimento L . O produto λT_0 é igual ao número de peões na ponte a qualquer instante de tempo, designado por n . O factor de multiplicação $m = \sqrt{n}$ é, por isso, equivalente a uma carga devida aos peões não sincronizados. No mesmo sentido, o factor da multiplicação $m = n$ é equivalente a uma carga devida aos peões totalmente sincronizados [19].

Se uma multidão que atravessa a ponte for sincronizada, mesmo parcialmente, o factor da multiplicação está no intervalo $m = [\sqrt{n}, n]$. Tendo decidido o grau de sincronização, a carga total de um grupo ou uma multidão, $F_p(t)$ pode ser calculada usando a fórmula

$$F_p(t) = m \times f_p(t) \quad (2.5)$$

3. LIMITES DE VIBRAÇÃO E CÓDIGOS DISPONÍVEIS

O problema da indução de vibrações numa ponte pela passagem de peões está decerto ligada à velha prática militar de não marchar sincronizadamente sobre este tipo de estruturas. Esta precaução deve ter sido motivada pela ocorrência de alguns casos que no passado, conduziram a situações de vibrações excessivas ou até mesmo ao colapso da estrutura. No que diz respeito ao estado limite de vibração este tem de ser definido em função do tipo de reacção dos utentes ao comportamento dinâmico da estrutura. Efectivamente, uma vez garantida a segurança à rotura, o *sucesso* de qualquer solução estrutural, entendendo-se por *sucesso* um elevado índice de utilização, depende do seu comportamento em serviço, incluindo-se neste comportamento os aspectos que se referem a estados limite de deformação, fendilhação e vibração.

O Eurocódigo 1 trata das acções em estruturas e preconiza na sua parte 2, relativa às acções em pontes, que os efeitos dinâmicos devidos à acção do peão devem ser considerados, seja através da garantia de que não poderão existir situações de ressonância, impondo para isso valores mínimos de frequências próprias a respeitar, seja através do cálculo das amplitudes de oscilação previsíveis usando modelos apropriados para a acção dinâmica. Esta pode ocorrer de diversas formas, devido a uma só pessoa ou devido à travessia de grupos, sincronizados ou não sincronizados, ou devido a fluxos contínuos de peões. Por outro lado, andar, correr e saltar são os vários tipos possíveis de movimento do peão que atravessa a ponte.

A caracterização das vibrações na estrutura pressupõe, assim, a definição de funções de carga segundo a direcção vertical e horizontal, sendo que a componente vertical assume valores superiores à componente horizontal. No entanto, esta última é, muitas vezes, condicionante em tabuleiros muito flexíveis na direcção transversal, uma vez que a sincronização entre os vários elementos de um grupo de peões pode ser facilmente induzida pela própria oscilação do tabuleiro. Esta situação ocorreu na ponte Milénio em Londres como se referiu e está documentado. [25]

A ocorrência de vibrações excessivas nas pontes pedonais pode ser acautelada, desde logo, na própria concepção estrutural, evitando frequências naturais da estrutura demasiado baixas ou prevendo dispositivos especiais que permitam a redução das vibrações para valores aceitáveis. Assim, existem várias técnicas de correcção de problemas de vibrações excessivas em pontes pedonais, sendo as mais convencionais aquelas em que se recorre à modificação dos parâmetros directamente relacionados com as frequências naturais da estrutura.

3.1 PERCEPÇÃO HUMANA DAS VIBRAÇÕES

A maioria dos casos de vibrações verticais e horizontais associa-se mais ao desconforto na utilização e, em poucos casos, à possibilidade de colapso. Por esse motivo, os investigadores estão cada vez mais empenhados em resolver o problema de conforto.

Os utilizadores de pontes pedonais por exemplo, esperam que os pisos permaneçam estáticos em condições normais de serviço, e se, por algum motivo, sentirem vibrações inesperadas, sentem-se incomodados e assustados, atribuindo insegurança aos movimentos desses pisos.

As condições limites de vibrações devem ter como base os níveis de vibrações que os utilizadores estão dispostos a suportar.

Quando os limites de utilidade de vibração são procurados baseados em níveis de conforto humanos, os engenheiros enfrentam subjectividades já que os níveis de percepção humanos em relação a vibrações devidos ao andamento são altamente subjectivos.

A partir de uma determinada amplitude de vibração, e antes de se revelar incómoda, a vibração é sentida pelo indivíduo. Os estudos mostraram que frequência, estrutura, idade, posição do corpo, movimento do corpo são todos, factores que contribuem para a natureza complexa de limitações de vibração. [26]

Foram desenvolvidas várias escalas de percepção das vibrações, de acordo com muitos critérios de várias instituições, das quais, a seguir são citadas algumas.

A Norma **ISO 2631** destaca os seguintes factores a ter em conta na percepção humana às vibrações:

a) Posição do Corpo Humano

A Norma **ISO 2631** considera que a direcção de propagação das vibrações se relaciona com um sistema de coordenadas do corpo humano em posição anatómica normal, da forma seguinte: segundo o eixo $Z\bar{Z}$ no sentido dos pés para a cabeça, o eixo $X\bar{X}$ no sentido das costas para o peito e o eixo $Y\bar{Y}$ no sentido do lado direito para o esquerdo (Figura 3.1).

Assim, pela análise da Figura 3.1 e de uma forma empírica, compreende-se que, quanto maior for a superfície de contacto do corpo com uma determinada superfície por onde se efectua a propagação das vibrações, maior será a susceptibilidade do indivíduo ao fenómeno vibratório, sendo que a posição sentada será mais favorável à percepção do que a posição em pé e, por conseguinte, a de deitada ainda mais favorável que a posição sentada.

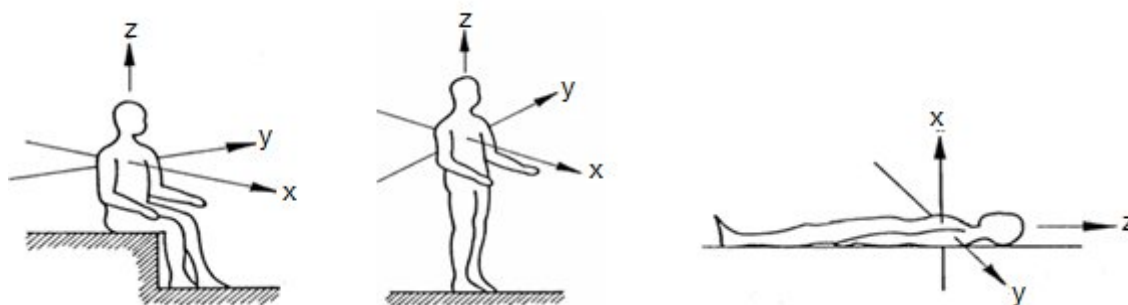


Figura 3.1 - Direções do sistema de coordenadas para vibrações em seres humanos [26]

A Norma ISO 2361 sugere que se devem medir as vibrações na superfície estrutural que suporta as pessoas, no(s) ponto(s) de maior intensidade, tipicamente: no centro da laje dos pisos, para vibrações verticais e nos pisos próximo às paredes, por exemplo nos vãos das portas e janelas, para vibrações horizontais. [26]

- b) Características do pavimento:** Frequência natural (Massa, Rigidez) e Amortecimento;
- c) Características da fonte de excitação:** Amplitude, Frequência, Período, etc.;
- d) Tempo de exposição:** A tolerância humana à vibração diminui de um modo característico com o aumento do tempo de exposição;
- e) Nível de Expectativa:** Quando uma pessoa está à espera de uma ocorrência de vibração e tem o conhecimento da sua origem, a vibração será menos incómoda. A inquietude e o desconforto podem ser reduzidos se os ocupantes forem informados da natureza de vibrações e assegurados que elas não são uma ameaça à sua segurança e bem-estar;
- f) Tipo de Actividade:** A tolerância de uma pessoa à vibração, também depende da actividade exercida no momento (saltar, correr, andar, etc.).

Em 1958, a American Association of State Highway Officials publicou uma norma relativa ao problema das vibrações perceptíveis pelos peões ao atravessarem uma ponte. Com o passar do tempo e pela prática de acordo com o regulamento, o documento “Deflection limitations of bridges” mostrou que os níveis máximos de vibração propostos pelo regulamento não eram aceitáveis. Então, Mason & Duncan em 1962, propuseram o limite mínimo de 4,0Hz para a

frequência fundamental de um passadiço e o valor de $0,15\text{m/s}^2$ para o nível máximo de aceleração vertical. [19]

Há dois processos de dimensionamento diferentes que são contemplados pelas normas que abrangem os estados limite de vibração de pontes pedonais. O primeiro requer o cálculo das máximas acelerações verticais e horizontais e comparação destes valores com os valores limite tolerados pelos peões. O segundo processo é baseado na construção de estruturas com uma frequência fundamental longe da gama de frequências críticas, isto é, a gama de frequências que geralmente corresponde ao andamento dos peões.

Caso seja adoptada a primeira alternativa, deparamo-nos com a dificuldade que resulta do facto de diferentes códigos apresentarem diferentes limites, uma vez que se torna muito difícil estabelecer com rigor os critérios de aceitação fisiológicos para o nível de vibração vertical e horizontal das pontes pedonais.

3.2 CÓDIGOS CONSULTADOS

British Standard (BS5400), 1978

A norma BS5400 contempla explicitamente o estado limite de vibrações de passadiços. No Anexo C deste regulamento está descrito o procedimento para a verificação de vibrações verticais induzidas pela passagem de um único peão, em pontes cuja frequência fundamental na direcção vertical seja inferior a 5,0Hz. Alguns anos mais tarde, baseado na experiência de vibrações laterais observadas na “Millennium Bridge” em Londres, este regulamento foi actualizado no sentido de contemplar os limites de vibração também na direcção horizontal (transversal). Para pontes com frequência fundamental inferior a 1,5Hz nos modos de vibração transversal, passou a ser requerida também uma análise detalhada.

Genericamente, a limitação das acelerações é feita em função da frequência fundamental, sendo os valores dados pela expressão seguinte:

$$a_{\text{máx}} \leq 0,5 \times \sqrt{f_0} \quad [\text{m/s}^2] \quad (3.1)$$

Ontario Highway Bridge Design Code (OHBDC), 1983

Aqui é requerido o cálculo da resposta dinâmica da ponte tal como na norma BS5400. Do mesmo modo, este regulamento baseia-se unicamente na acção de apenas um peão.

Para evitar o acoplamento entre os modos de vibração horizontal e vertical, o OHBDC 83 exige que as frequências na direcção transversal e longitudinal das superestruturas nunca sejam inferiores ao menor dos valores entre 4,0Hz ou $1,5f_0$, onde f_0 é a frequência fundamental na direcção vertical.

Assim, para uma passagem pedonal com frequência fundamental de cerca de 2,0Hz na direcção vertical, a frequência na direcção transversal não deve estar abaixo dos 3,0Hz. No entanto, este critério pode ser proibitivo no que toca a pontes com grandes vãos.

A expressão que nos dá os valores limite das acelerações, $a_{máx}$ em função da frequência fundamental, f_0 é a apresentada abaixo. Esta expressão é mais exigente do que a contemplada pela norma britânica, BS5400.

$$a_{máx} \leq 0,5 \times (f_0)^{0,28} \quad [\text{m/s}^2] \quad (3.2)$$

Eurocódigo 0, EN-1990

Neste regulamento são apresentados valores limite para as acelerações da estrutura não sendo, estes valores, dependentes da frequência fundamental da estrutura, tal como acontece nos dois regulamentos apresentados anteriormente. No caso de vibrações verticais, os limites aconselhados são de $0,7\text{m/s}^2$, ou seja, 7% de aceleração da gravidade, g . No que respeita as vibrações horizontais, e uma vez que se nota uma maior sensibilidade por parte das pessoas em relação a este tipo de vibrações, o referido regulamento limita a aceleração a $0,2\text{m/s}^2$, isto é, 2% de g . Para condições de multidão, as vibrações horizontais podem ter como valor limite uma aceleração de $0,4\text{m/s}^2$, o que corresponde a 4% de g . Estes limites devem ser verificados para pontes com frequência fundamental abaixo de 5,0Hz para vibrações verticais e abaixo de 2,5Hz para os modos de vibração horizontal (transversal) e de torção.

Além disso, é usual limitar as amplitudes a cerca de 10mm na direcção vertical e de 2mm na direcção horizontal de modo a evitar o efeito de sincronização.

EN 1995-2:2004 – Anexo B

Neste regulamento são apresentados valores limite para as acelerações da estrutura, sendo estes valores, dependentes da frequência fundamental da estrutura. Estas regras são aplicáveis às pontes de madeira com vigas simplesmente apoiadas ou sistemas de treliças, excitadas por peões.

No caso de atravessamento da ponte por um único peão, os limites das acelerações (m/s^2) são calculadas da seguinte forma:

$$a_{vert,1} = \begin{cases} \frac{200}{M\zeta}; & \text{para } f_{vert} \leq 2.5\text{Hz} \\ \frac{100}{M\zeta}; & \text{para } 2.5\text{Hz} < f_{vert} \leq 5\text{Hz} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$a_{hor} = \frac{50}{M\zeta}; \text{ para } 0.5\text{Hz} \leq f_{vert} \leq 2.5\text{Hz} \quad (3.4)$$

Para o atravessamento da ponte por várias pessoas ao mesmo tempo as acelerações devem ter os seguintes limites:

$$a_{vert,n} = 0.23a_{vert,1}nk_{vert} \quad (3.5)$$

$$a_{hor,n} = 0.18a_{hor,1}nk_{hor} \quad (3.6)$$

Se for tida em conta a corrida de pessoas sobre a ponte, deve-se considerar a aceleração vertical da ponte (m/s^2) causada por uma pessoa correndo sobre a ponte, que é dada da seguinte forma:

$$a_{vert,1} = \frac{600}{M\zeta}; \text{ para } 2,5\text{Hz} < f_{vert} \leq 3,5\text{Hz} \quad (3.7)$$

onde:

- M a massa total da ponte em kg , dada por $M = ml$;
- l o vão da ponte;
- m massa por unidade de comprimento (peso próprio) da ponte em kg/m ;
- ζ coeficiente de amortecimento;
- f_{vert} frequência natural fundamental para deformação vertical da ponte;
- f_{hor} frequência natural fundamental para deformação vertical da ponte;
- n número de peões;
- k_{vert} coeficiente obtido a partir da figura 3.2
- k_{hor} coeficiente obtido a partir da figura 3.3

O número de peões, n , deve ser considerado como $n=13$ para um grupo de peões e $n=0,6A$ para uma fila contínua de peões, em que A é a área do tabuleiro da ponte em m^2 .

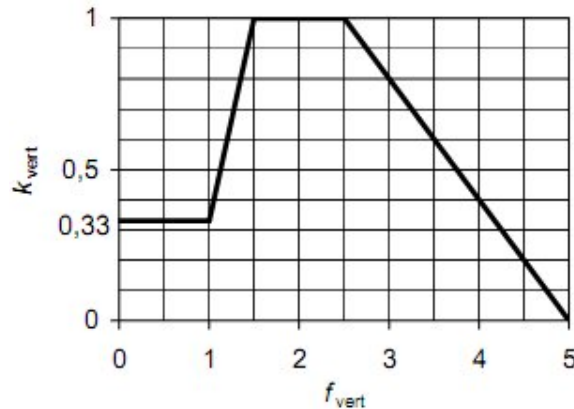


Figura 3.2 - Relação entre a frequência natural fundamental vertical (f_{vert}), e o coeficiente k_{vert} .

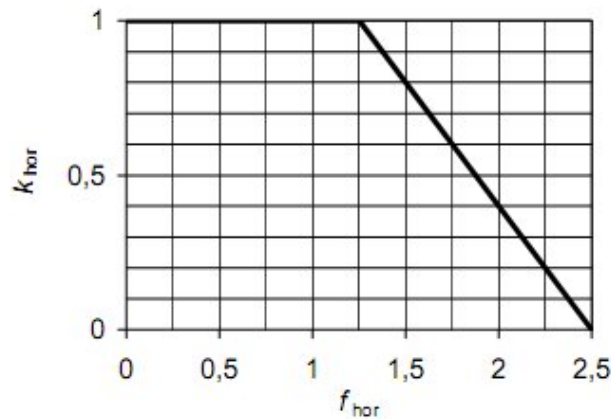


Figura 3.3 - Relação entre a frequência natural fundamental horizontal (f_{hor}), e o coeficiente k_{hor} .

Hong Kong Structures Design Manual for Highways and Railways, 2002

Esta norma requer o controlo das acelerações de acordo com a BS5400, no entanto limita também a aceleração na direcção transversal ao valor máximo de $0,15\text{m/s}^2$. Este regulamento requer ainda adicionais verificações de acelerações para a situação de passagem de um fluxo de vários peões, assumindo que este se assemelha à aplicação de uma carga contínua móvel com a velocidade de $3,0\text{m/s}$ percorrendo uma viga simplesmente apoiada. No entanto, não é dada informação detalhada sobre como simular esta carga.

ISO 10137, 2005

A ISO 10371 [38] considera que a origem, o caminho e o receptor das vibrações são três questões fundamentais quando se pretende analisar o comportamento em serviço das pontes pedonais. A origem das forças ou acções dinâmicas é a acção dos peões; o mediador entre a

origem e o receptor é a própria estrutura, ou seja, a ponte; e o receptor final são de novo os utentes do passadiço (peões). De acordo com este regulamento, a análise da resposta dinâmica da estrutura requer um modelo de cálculo que incorpore as características da fonte/origem e do caminho de transmissão que levem a uma solução aceitável quando as vibrações chegam ao receptor. Este regulamento recomenda que passagens pedonais sejam concebidas de modo a que as acelerações máximas sejam abaixo dos valores representados pelas “Curvas base de vibração vertical e horizontal”, multiplicadas por um factor de 60 [38] para que o seu comportamento não alarme os utilizadores aquando do seu uso, à excepção da situação em que se considera que podem existir pessoas paradas sobre a estrutura, em que se deve utilizar um factor de 30. Isto deve-se ao facto de se considerar que uma pessoa parada sobre a estrutura é muito mais sensível a vibrações do que se estivesse em movimento.

Nas figuras 3.4 e 3.5 são apresentados os gráficos referentes aos limites de aceleração na direcção vertical e horizontal:

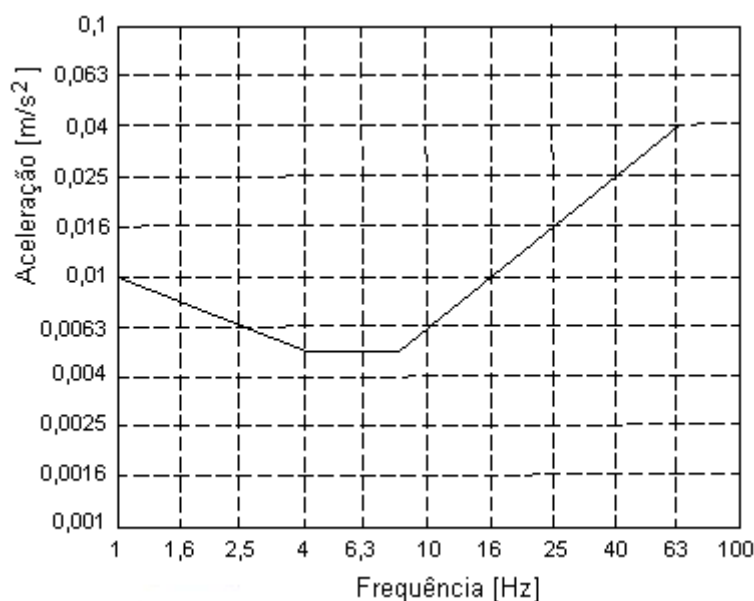


Figura 3.4 - Curva base da aceleração na direcção vertical [17]

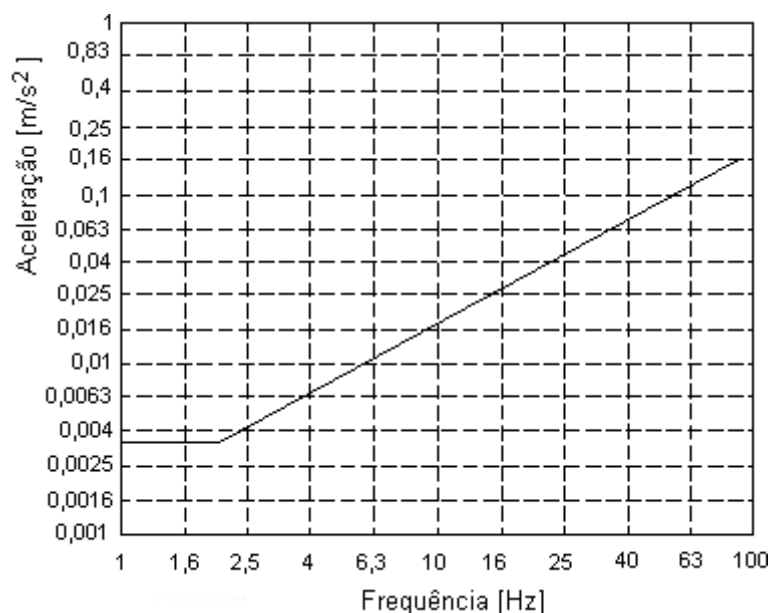


Figura 3.5 - Curva base da aceleração na direcção horizontal [17]

De acordo com a norma ISO10137, acção dinâmica de uma ou mais pessoas pode ser representada por “histórias no tempo”. Esta acção varia com o tempo e a posição, à medida que a pessoa percorre o tabuleiro da ponte. A situação de dimensionamento deve ser escolhida de acordo com o tráfego de peões esperado para a estrutura em causa durante o seu tempo de vida. É recomendado que se considerem os seguintes cenários na análise da resposta da estrutura:

- 1) Uma pessoa a percorrer o passadiço;
- 2) Fluxo de várias pessoas a percorrer o passadiço (grupos de 8 a 15 pessoas);
- 3) Multidões a atravessarem a ponte (mais do que 15 pessoas);
- 4) Movimentos específicos ocasionais, quando é relevante a sua ocorrência.

De acordo com a norma ISO 10137: Anexo A, a força dinâmica $F(t)$ produzida por uma pessoa caminhando sobre uma ponte pode ser expressa no domínio da frequência como uma série de Fourier já apresentada na equação (2.3).

Apresenta-se na Tabela 3.1 um resumo dos valores limite preconizados em cada um dos regulamentos anteriormente citados, de modo a facilitar a sua leitura e possível comparação:

Regulamentação	Aceleração Vertical (m/s ²)	Aceleração Horizontal (m/s ²)
BS5400	$a_{\max} \leq 0.5 \times \sqrt{f_0}$	Sem limite imposto
OHBDC 83	$a_{\max} \leq 0.5 \times (f_0)^{0,28}$	Sem limite imposto
EUROCODE	$a_{\max} \leq 0.7$	$a_{\max} \leq 0.2$
HONG KONG 2002	$a_{\max} \leq 0.5 \times \sqrt{f_0}$	$a_{\max} \leq 0.15$
ISO 10137	Figura 3.4, com factor multiplicativo de 60	Figura 3.5, com factor multiplicativo de 60

Tabela 3.1 - Valor das acelerações limite dos vários regulamentos apresentados

No dimensionamento de um passadiço, caso se opte pelo segundo procedimento referido no ponto 3.1, é possível diminuir a probabilidade de ocorrência de vibrações excessivas construindo estruturas cuja frequência fundamental se encontre fora da “zona crítica de frequências”. Apesar de poder retirar alguma liberdade aos projectistas, esta metodologia consegue bons resultados no que respeita ao controle de vibrações. De seguida enumeram-se algumas normas que fazem referência a este tipo de procedimento

Swiss Standard SIA 160, 1989

De acordo com este regulamento deve-se afastar a frequência fundamental da estrutura das gamas de frequências relativas ao primeiro harmónico (1,6 – 2,4Hz) e ao segundo harmónico (3,5 – 4,5Hz). Adicionalmente, devem evitar-se as frequências 2,4 – 3,5Hz se se considerar que é possível que alguns dos utentes do passadiço sejam corredores, isto é, induzam acções relativas aos andamentos do tipo “jogging” ou “corrida”. Quando estas exigências não são cumpridas deve-se proceder a uma análise detalhada dos modos de vibração da estrutura, de maneira a verificar a sua viabilidade.

American Guide Specification, 1997

Segundo esta norma, são de evitar todas as frequências fundamentais abaixo de 3Hz na direcção vertical. No caso de se tratar de estruturas de baixa rigidez, massa e amortecimento, e quando é provável o aparecimento de utentes que corram ou saltem sobre o passadiço, todas as frequências abaixo de 5,0Hz são de evitar, de maneira a neutralizar a influência da segunda harmónica. Quando não são satisfeitas estas condições, o mínimo valor para frequência fundamental é dado pela expressão proposta por Allen e Murray, satisfazendo assim os estados limite de utilização. [19]

$$f_0 \geq 2,86 \ln \frac{K}{\beta W} \quad [\text{Hz}] \quad (3.8)$$

Em que:

W – Peso total da ponte [kN];

K – Constante igual a 8kN;

β – Coeficiente de amortecimento, com valor recomendado de 0,01.

Para melhorar o comportamento dinâmico das pontes pedonais, este regulamento sugere ainda a instalação de amortecedores que se destinam a absorver as vibrações.

Como se pode ver, alguns regulamentos recomendam que se evitem as frequências de ressonância da primeira ou segunda harmónica, outros encaminham-nos para procedimentos mais complexos para calcular a resposta dinâmica de uma ponte pedonal e verificar se os seus valores são aceitáveis.

4. CRITÉRIOS DE CONFORTO

Ao longo dos anos, foram propostos muitos critérios para garantir o conforto humano, citando-se a seguir alguns dos mais representativos.

Guia Prático do “American Institute of Steel Construction” (AISC) – Floor Vibrations Due To Human Activity (Steel Design Guide Series of AISC)

Este guia, Vibrações em Pisos devido a Actividades Humanas, integra uma série de recomendações, Steel Design Guide Series, desenvolvida no American Institute of Steel Construction (AISC) por Murray, Allen e Ungar. [27]

O guia considera a resposta dinâmica estrutural, em termos de aceleração de pico, segundo as características dos elementos estruturais e carregamentos envolvidos no projecto. Murray, Allen e Ungar na publicação deste guia reafirmam o critério de acelerações máximas permitidas de acordo com as curvas propostas por Allen e Murray e ISO 2631-2 (ver Figura 4.1).

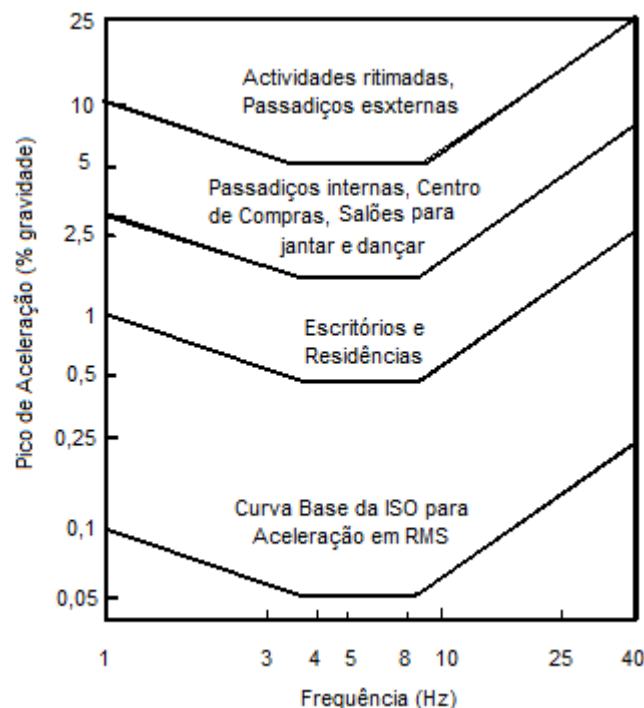


Figura 4.1 - Acelerações máximas recomendadas para o conforto humano causadas por vibrações devidas a actividades humanas

O guia considera como solicitação dinâmica de projecto uma função harmónica dependente do tempo como mostra a equação (4.1).

$$F(t) = G \times \alpha_i \times \cos(2 \times \pi \times f_p \times t) \quad (4.1)$$

em que:

$F(t)$ – ação dinâmica representativa da caminhada do ser humano em (N)

G – peso das pessoas que pode assumir valores num intervalo de 700 a 800 N, de acordo com a AISC

α_i – coeficiente dinâmico, referente a força harmónica i

i – múltiplos de harmónico de frequência de passos

f_p – frequência do passo com que a pessoa atravessa o piso em (Hz)

t – instante de tempo em (s)

Os valores da frequência de passo ou de excitação e os valores de coeficientes dinâmicos usados na equação (4.1) acima mencionada encontram-se na Tabela 4.1 que se segue:

Harmónico	Pessoa Caminhando		Aulas de Aeróbica		Grupo de Dança	
i	f_p (Hz)	α_i	f_p (Hz)	α_i	f_p (Hz)	α_i
1	1.6 a 2.2	0.5	2.2 a 2.8	1.5	1.8 a 2.8	0.5
2	3.2 a 4.4	0.2	4.4 a 5.6	0.6	3.6 a 5.6	0.1
3	4.8 a 6.6	0.1	6.6 a 8.4	0.1	-	-
4	6.4 a 8.8	0.05	-	-	-	-

Tabela 4.1 - Faixas de frequência das actividades e coeficientes dinâmicos

Além disso, os autores recomendam a equação (4.2) para estimativa de aceleração de pico baseada na curva mencionada anteriormente Figura 4.1. O sistema dos pisos é considerado satisfatório se o pico de aceleração de uma caminhada em função da aceleração de gravidade não ultrapassa o valor da aceleração limite.

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_0 \times e^{(-0.35 \times f_n)}}{\xi \times w} \leq \frac{a_0}{g} \quad (4.2)$$

onde:

$\frac{a_p}{g}$ – é a aceleração máxima estimada (unidades de aceleração de gravidade, g m/s²);

$\frac{a_0}{g}$ – aceleração limite recomendada de acordo com a curva;

f_p – frequência natural do sistema estrutural em (Hz);

P_0 – carga constante de valor igual a 0,29 kN para painéis de piso e 0,41 kN para passadiços;

ξ – taxa de amortecimento modal;

w – peso efectivo total do piso em (kN).

Os valores da taxa de amortecimento e da carga P_0 aplicados na equação (4.2) e o valor da aceleração limite são adquiridos da Tabela 4.2.

	Força constante P_0	Taxa de Amortecimento	Aceleração limite $a_0/g \times 100\%$
Escritórios, Residência, Igrejas	0.29 kN	0.02 - 0.05 [*]	0.5%
Centros de Compras	0.29 kN	0.02	1.5%
Passadiços internos	0.41 kN	0.01	1.5%
Passadiços externos	0.41 kN	0.01	5.0%

Tabela 4.2 - Valores recomendados dos parâmetros apresentados na equação (4.2) e valores limites de (a_0/g) [27]

Para a avaliação da estrutura submetida a actividades rítmicas, calcula-se a relação a_p/g (g é a aceleração da gravidade), dada pela equação (4.3) na ressonância, ou seja, fazendo a frequência do passo se igualar à frequência natural da estrutura ($f_p = f_n$).

$$\frac{a_p}{g} = \frac{1.3 \times w_p \times \alpha_i}{2 \times \xi \times w_t} \quad (4.3)$$

$\frac{a_p}{g}$ – é a aceleração máxima estimada (unidades de aceleração de gravidade, $g \text{ m/s}^2$);

α_i – coeficiente dinâmico, referente a força harmónica i da actividade

w_p – carga efectiva por unidade de área das pessoas distribuídas sobre o piso;

w_t – carga total por unidade de área do piso, incluindo os ocupantes;

ξ – taxa de amortecimento modal

Os valores obtidos da relação (a_p / g) são então comparados com os valores limites definidos na curva base da ISO, que representa o limite no qual as acelerações verticais passam a ser perceptíveis.

O critério recomendado para escolher a aceleração limite de conforto para excitação causada por andamento, proposto por *Allen e Murray (1993)* está sintetizado na Figura 4.2.

*

0.02 para pisos com poucos componentes não-estruturais (telhados, divisórias, etc.) como pode correr em áreas de trabalho abertas e igrejas;

0.03 para pisos sem componentes não-estruturais e mobílias, mas com poucas divisórias desmontáveis, típicas de muitas áreas moduladas de escritórios;

0.05 para divisória em contacto com os dois pisos de andares adjacentes.

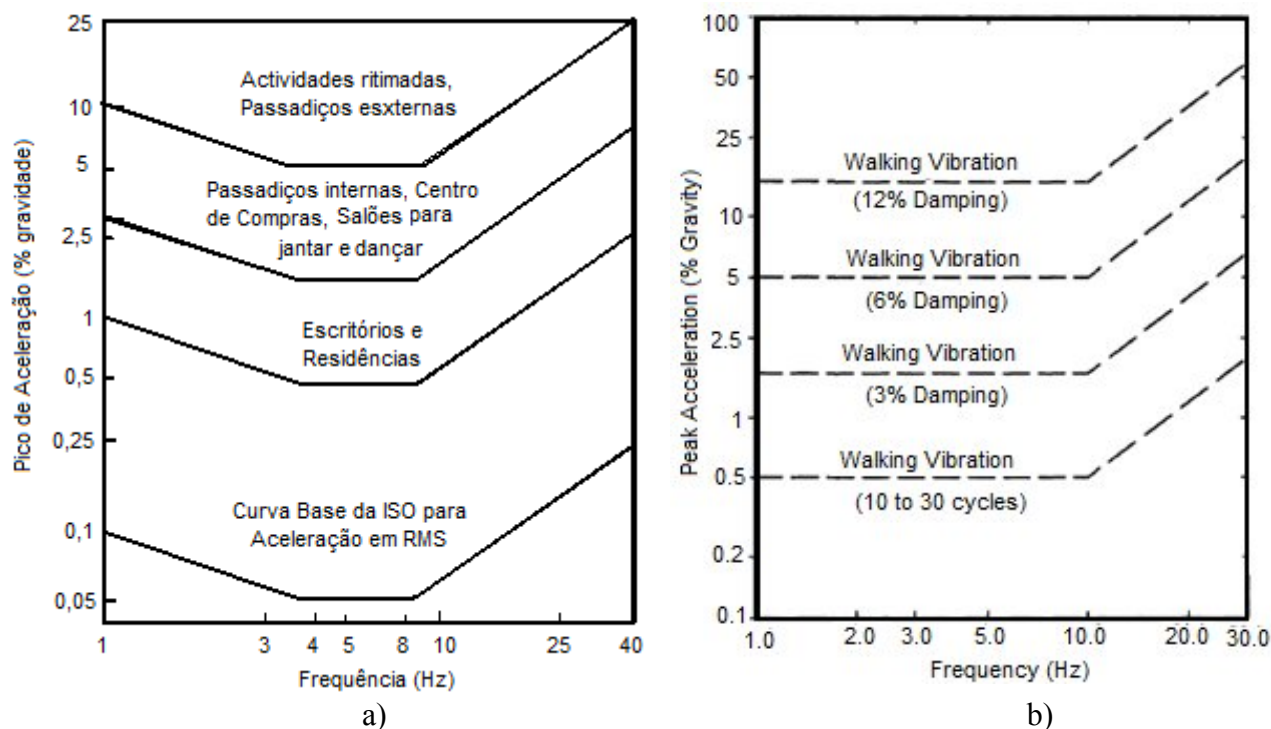


Figura 4.2 - Aceleração máxima recomendada para o conforto humano para vibrações devido às actividades humanas
a) Allen e Murray, 1993; ISO 2631-2:1989; b) Escala da Canadian Standards Association desenvolvida por Allen Rainer (Murray et.al, 69)

No intervalo de frequências, aproximadamente, entre 1,0 e 8,0Hz, a aceleração que corresponde ao início das perturbações é de 0,005g a 0,01g (0,05 a 0,1 m/s²) para vibrações contínuas [28].

Para locais considerados calmos, tais como bibliotecas, a tendência é para considerar incomodativas as vibrações acima dos 0,005g.

Para as vibrações transitórias em pavimentos, em que o amortecimento estrutural ronda os 6% do amortecimento crítico, o incómodo inicia aos 0,05g (0,50 m/s²) [28].

São indicados na Tabela 4.3 diferentes tipos de solicitações “humanas” sobre o pavimento e a respectiva frequência de excitação. São estes valores que, em geral, devem ser considerados no dimensionamento [29].

Tipos de Actividades			Campo de Aplicação		
Designação	Definição	Frequência de Cálculo [Hz]	Actividades	Frequência [Hz]	Tipo de Estrutura
"Andar"	Andar em contacto contínuo com o pavimento	1,6 a 2,4	Andar lento	~1,7	Estruturas pedestres (passagem de peões, escadas, plataformas de desembarque, etc.), Escritórios, etc.
			Andar normal	~2,0	
			Andar rápido	~2,3	
"Correr"	Correr em contacto contínuo com o pavimento	2,0 a 3,4	Corrida lenta	~2,1	Passagem para peões em percursos para jogging, etc.
			Corrida normal	~2,5	
			Corrida rápida, activa	>3,0	
"Saltar"	Normal a elevado	1,8 a 3,4	Treinos com saltos ou ao som de músicas rítmicas Prática de dança Jazz	~1,5 a 3,4	Ginásios, salas de desporto
				~1,8 a 3,5	Ginásios de manutenção
"Dançar"	Aproximadamente equivalente a "Corrida rápida, activa"	1,5 a 3,0	Danças sociais com música clássica e moderna	~1,5 a 3,0	Salões de dança Pavilhão de concertos ou outros do género com lugares sentados
"Bater palmas"	Batimento de mãos de forma ritmada	1,5 a 3,0	Concertos clássicos, por suave	~1,5 a 3,0	Pavilhão de concertos com lugares fixos (não se considera "hard" rock)
"Balanço de corpo lateral"	Balanço de corpo lateral ritmado estando de pé e sentado alternadamente	0,4 a 0,7	Concertos, eventos sociais	-	Bancadas

Tabela 4.3 - Tipos de actividades e frequências características [29]

5. MODELAÇÃO

Uma estrutura pode ser idealizada como um conjunto dos elementos ligados em nós. Os deslocamentos dos nós são os graus de liberdade, e discretizando a estrutura desta maneira, a matriz de rigidez, \mathbf{K} , a matriz de amortecimento, \mathbf{C} e a matriz massa, \mathbf{M} da estrutura podem ser modeladas da forma habitual em análise de estruturas.

5.1 MODELAÇÃO DA RIGIDEZ

O procedimento para a modelação da rigidez através da matriz \mathbf{K} é o habitual (indicado no anexo I).

5.2 MODELAÇÃO DO AMORTECIMENTO

O recurso a conceitos de elementos finitos permitiria a definição dos elementos da matriz de amortecimento \mathbf{C} adoptando um raciocínio idêntico ao aplicado para a construção da matriz de rigidez, se as forças de amortecimento actuautes numa estrutura pudessem ser determinadas quantitativamente. Porém, a determinação experimental das propriedades de amortecimento torna-se impraticável. Por isso, o amortecimento é, geralmente, expresso em termos de coeficientes estabelecidos para cada modo de vibração a partir de medições efectuadas em estruturas semelhantes [30] e a que se pode fazer corresponder uma matriz de amortecimento \mathbf{C} .

5.3 MODELAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE MASSA

Uma forma simples de representar a inércia para um sistema dinâmico é admitir que a massa se encontra concentrada nos nós dos elementos em que se subdividiu a estrutura de modo representativo da energia cinética correspondente à massa distribuída (figura 5.1).

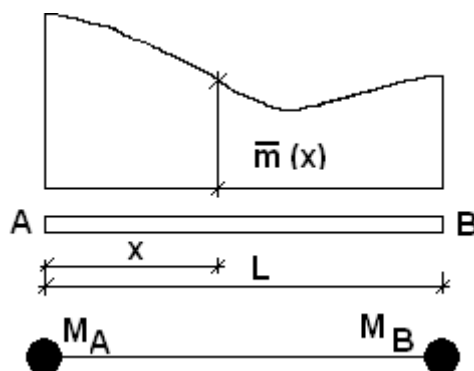


Figura 5.1 - Modelo para o cálculo da massa associada a cada nó

$$M_B = \frac{\int_0^L x \bar{m}(x) dx}{\int_0^L \bar{m}(x) dx} \quad M_A = \frac{\int_0^L (L - x) \bar{m}(x) dx}{\int_0^L \bar{m}(x) dx}$$

A montagem da matriz de massa global feita pelo SAP2000 consiste numa simples adição, em cada nó, da contribuição de cada elemento ligado a esse nó.

6. CASO DE ESTUDO: “PASSADIÇO C.C. COLOMBO – TRAVESSIA SOBRE 2ª CIRCULAR DE LISBOA”

A estrutura em estudo é uma ponte metálica para peões localizada junto ao Centro Comercial - Colombo em Lisboa, que faz a travessia sobre a 2ª Circular de Lisboa (Figura 6.1).

Na ausência do projecto original deste passadiço e por falta de informações por parte da CML, não se sabe a data da construção/abertura ao público desta estrutura e características geométricas foram obtidas através das medições “In Situ”.

Neste capítulo, será feita uma análise dinâmica desta ponte. O capítulo divide-se em duas secções, sendo que na primeira secção é feita uma descrição geral da estrutura da ponte e a segunda descreve a modelação da ponte e a análise dinâmica efectuada.



Figura 6.1 - “Passadiço metálico do centro comercial Colombo, que atravessa a 2ª Circular”, Lisboa

6.1 CARACTERIZAÇÃO DO PASSADIÇO EM ESTUDO

A ponte em estudo, no seu todo é constituída por 8 (oito) tramos com comprimentos dos vãos diferentes. O tramo de maior vão (32,00 m) encontra-se sobre as vias da 2ª Circular de Lisboa.

Uma vez que este vão não se encontra ligado aos outros tramos, foi estudado independentemente.

A ponte foi analisada como se tratasse de uma ponte isolada composta por um único vão simplesmente apoiado. A viga de 32,00m de comprimento e com uma secção transversal em “U” 1000x1000x10(mm) está assente e fixada por parafusos, sobre dois pilares metálicos circulares vazados, com diâmetro externo de 800mm e 5,00m de altura. A secção do tabuleiro é uniforme ao longo do seu desenvolvimento e é simétrica em relação ao eixo central da viga. O tabuleiro tem 2,00m de largura, ficando com 0,50m em consola para cada lado na viga e 10mm de espessura, como se mostra na figura 6.2.

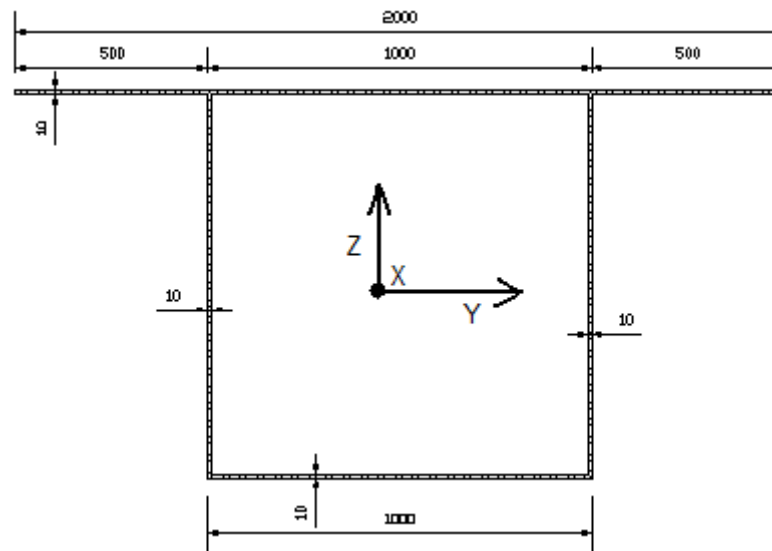


Figura 6.2 - Secção transversal do tabuleiro ponte em estudo (mm)

Definição dos materiais e propriedades da secção

A Tabela 6.1 resume as propriedades da secção transversal do tabuleiro da ponte.

Área da secção [m ²]	0.0498
Momento de inércia (I ₃₃) [m ⁴]	8.615x10 ⁻³
Momento de inércia (I ₂₂) [m ⁴]	0.0124

Tabela 6.1 - Propriedades da secção transversal do tabuleiro da ponte

O material usado foi o aço S275. As propriedades materiais são apresentadas na Tabela 6.2.

Peso específico (KN/m ³)	77
Módulo de elasticidade, E (GPa)	210
Coefficiente de Poisson, ν	0.3
Coefficiente de expansão térmica, α (°C)	12x10 ⁻⁵

Tabela 6.2 - Características do material utilizado

O objectivo da análise é o de investigar a resposta da estrutura da ponte devido a cargas dinâmicas aplicadas por peões. A análise dinâmica da ponte foi feita usando modelos de representação adequados aos objectivos para cada estágio de cálculo.

Assim, a procura das frequências e modos de vibração exigiu um detalhamento maior da massa e fez-se pelo método de elementos finitos (MEF) – Modelo I.

Para a definição da resposta da estrutura à passagem dos peões, que exige um tratamento matemático pormenorizado, usou-se o Modelo II, cujos procedimentos são indicados no anexo II.

O software utilizado para modelar a ponte foi o SAP2000.

Os códigos utilizados neste exemplo foram RSA na primeira modelação (MEF) e o segundo modelo foi baseado na norma ISO 10137.

Um aspecto essencial para uma análise dinâmica bem sucedida é uma modelação apropriada das condições de apoio do sistema estrutural. Cada extremidade da viga do tabuleiro tem 2 chapas soldadas (uma para cada lado) e essas chapas estão assentes sobre os aparelhos de apoio. Com um parafuso para cada chapa, o tabuleiro é fixado à consola do pilar. Tendo em conta as condições de apoio existente, considerou-se na análise uma ponte de vão único, cujas rotações são livres, deslocamentos vertical e longitudinal nulas e deslocamento transversal reduzida por uma mola de rigidez $3EI/h^3$ (Figura 6.3), em que

E – módulo de yong do pilar;

I – inércia do pilar;

h – altura do pilar.

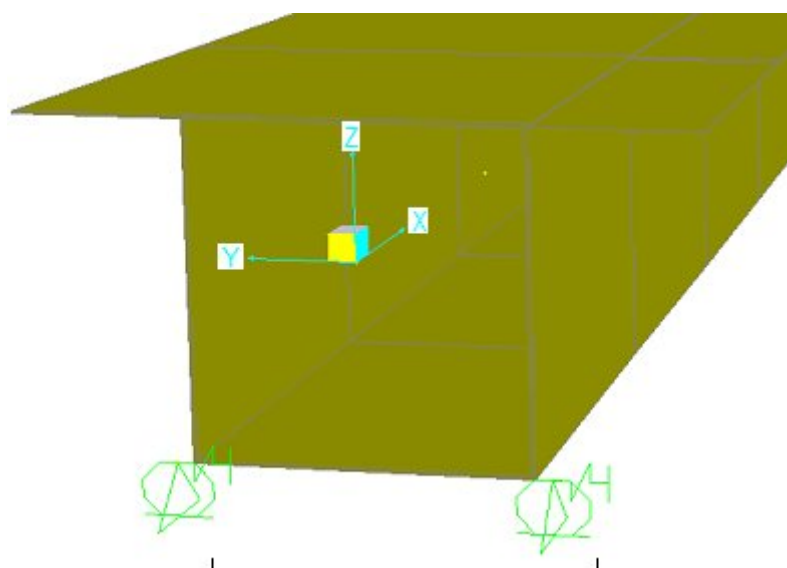


Figura 6.3 - Esquema dos apoios do tabuleiro considerado nos modelos

TendPara simular o pilar onde se encontra assente

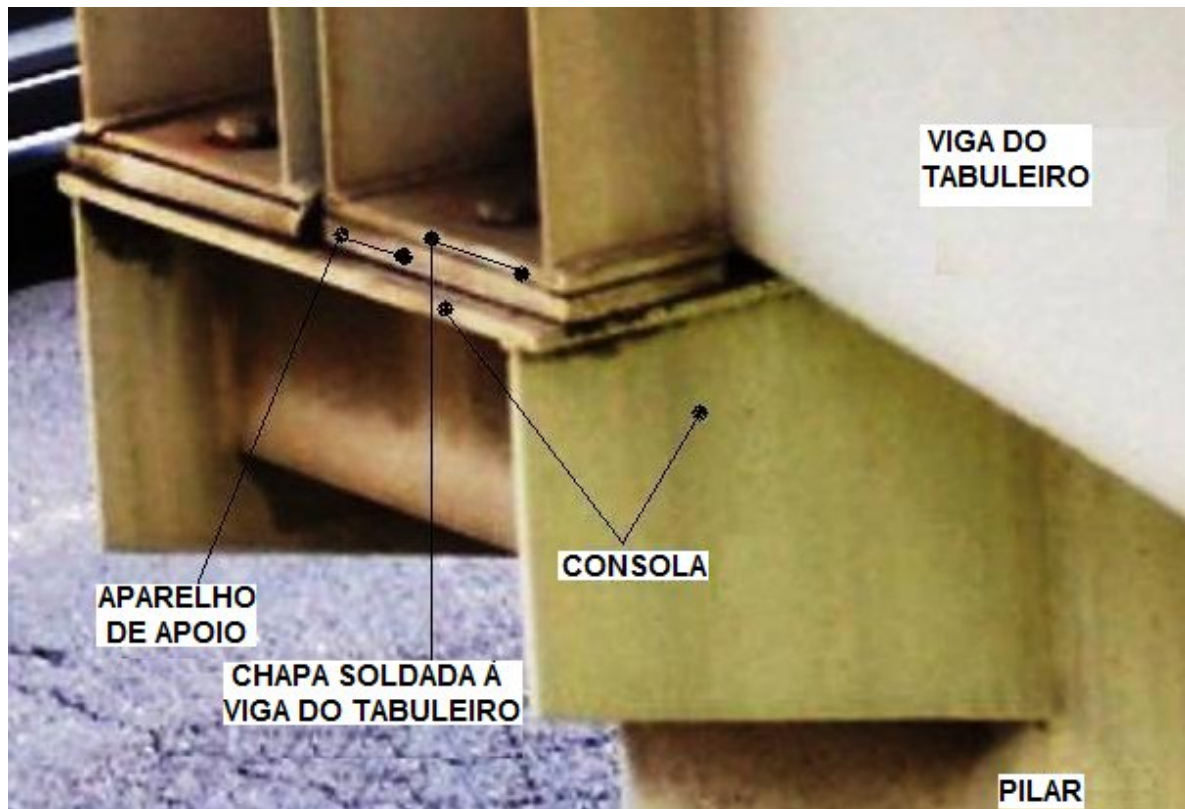


Figura 6.4 - Esquema dos apoios do tabuleiro existentes

6.2 MODELO I – VIBRAÇÕES LIVRES

Neste modelo, o tabuleiro da ponte é analisado como elemento “shell” de secção constante. Com este modelo obtém-se as frequências da ponte e os respectivos modos de vibração. Tendo estes dados da ponte, então é verificado se as frequências da ponte estão fora do intervalo dos limites recomendados pelas normas atrás referenciadas.

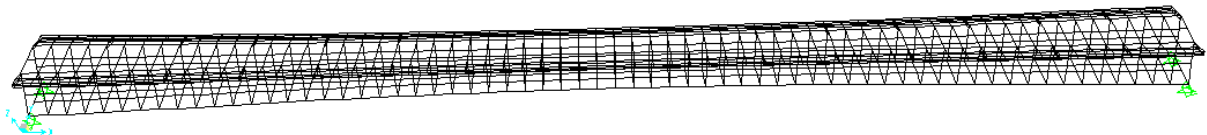


Figura 6.5 - Modelo utilizado para a análise dinâmica da ponte (no Modelo I)

6.2.1 RESPOSTA DINÂMICA ESTRUTURAL

A dinâmica estrutural descreve o comportamento de uma estrutura devido a cargas dinâmicas, que variam em função do tempo. A resposta da estrutura a esses carregamentos, também ela é variável no tempo (por exemplo deslocamentos, velocidades e acelerações) da estrutura.

Para obter as respostas da estrutura deverá ser feita uma análise dinâmica com o objectivo de resolver a equação do equilíbrio entre a força da inércia, a força de amortecimento e a força da rigidez em conjunto com a força externamente aplicada:

$$f_I + f_D + f_s = f(t) \quad (6.1)$$

Onde,

f_I é a força de inércia da massa e está relacionada à aceleração da estrutura por $f_I = m\ddot{u}$;

f_D é a força de amortecimento e está relacionada à velocidade da a estrutura pela $f_D = c\dot{u}$;

f_s é a força elástica exercida na massa e é proporcional ao deslocamento da estrutura,

$f_s = Ku$, onde K é a rigidez, C é a taxa de amortecimento e M é a massa do sistema dinâmico;

$f(t)$ é a força externa aplicada.

Substituindo estas expressões na equação (6.1) da equação de movimento

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f(t) \quad (6.2)$$

6.2.2 DETERMINAÇÃO DE MODOS E FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO

Após a modelação da estrutura no programa de cálculo realizou-se a respectiva análise de vibrações livres, obtendo assim, períodos e frequências relativos a 20 modos de vibração. O número de modos a apresentar determinou-se tendo em conta a participação de massas em cada direcção, considerando que os modos de maior importância nesta estrutura acontecem até a soma dos coeficientes de participação de massa atingirem um valor superior a 85% [17].

Nas Tabelas 6.5 e 6.6 são apresentados os resultados obtidos da análise.

Modo	Período (s)	Frequência f (Hz)	Frequência (rad/sec)	Eigenvalue (rad ² /s ²)
1	0.56	1.79	11.23	126.17
2	0.30	3.33	20.95	438.97
3	0.21	4.83	30.34	920.79
4	0.17	6.04	37.93	1438.60
5	0.15	6.67	41.89	1754.50
6	0.15	6.76	42.47	1803.80
7	0.14	6.91	43.42	1884.80
8	0.14	7.19	45.15	2038.00
9	0.13	7.47	46.94	2202.90
10	0.13	7.60	47.75	2280.20
11	0.13	7.78	48.86	2387.60
12	0.12	8.02	50.36	2536.40
13	0.12	8.18	51.38	2640.20

Modo	Período (s)	Frequência f (Hz)	Frequência (rad/sec)	Eigenvalue (rad ² /s ²)
14	0.12	8.19	51.48	2650.10
15	0.12	8.38	52.67	2774.20
16	0.11	8.75	54.98	3022.60
17	0.11	8.83	55.45	3075.10
18	0.11	8.83	55.47	3077.30
19	0.11	9.00	56.58	3200.70
20	0.11	9.20	57.81	3342.20

Tabela 6.3 - Períodos e frequências dos vários modos de vibração

Modo	Frequência (Hz)	UX (%)	UY (%)	UZ (%)	ΣUX (%)	ΣUY (%)	ΣUZ (%)	RX (%)	RY (%)	RZ (%)	ΣRX (%)	ΣRY (%)	ΣRZ (%)
1	1.79	0.000	82.080	0.000	0.000	82.080	0.000	46.729	0.000	61.352	46.729	0.000	61.352
2	3.33	0.000	0.000	76.350	0.000	82.080	76.350	33.792	57.170	0.000	80.521	57.170	61.352
3	4.83	0.000	11.634	0.000	0.000	93.714	76.350	4.999	0.000	8.696	85.520	57.170	70.047
4	6.04	0.305	0.000	0.000	0.305	93.714	76.350	0.000	9.873	0.001	85.520	67.042	70.048
5	6.67	0.000	0.000	7.966	0.305	93.714	84.316	3.526	5.965	0.000	89.045	73.007	70.048
6	6.76	0.001	0.000	0.000	0.306	93.714	84.316	0.000	2.876	0.000	89.045	75.883	70.048
7	6.91	0.000	0.000	0.365	0.306	93.714	84.681	0.162	0.273	0.000	89.207	76.156	70.048
8	7.19	0.004	0.000	0.000	0.310	93.714	84.681	0.000	0.024	0.000	89.207	76.181	70.048
9	7.47	0.000	0.000	0.000	0.310	93.714	84.681	0.000	0.000	0.112	89.207	76.181	70.161
10	7.60	0.000	0.000	0.000	0.310	93.714	84.681	0.000	0.000	0.000	89.207	76.181	70.161
11	7.78	0.000	0.000	0.000	0.310	93.714	84.681	0.466	0.000	0.000	89.673	76.181	70.161
12	8.02	0.000	0.000	0.000	0.310	93.714	84.681	0.000	0.000	1.139	89.673	76.181	71.300
13	8.18	0.000	0.024	0.000	0.310	93.738	84.681	0.167	0.000	0.018	89.840	76.181	71.318
14	8.19	0.002	0.000	0.000	0.312	93.738	84.681	0.000	0.000	0.000	89.840	76.181	71.318
15	8.38	0.000	0.000	0.000	0.312	93.738	84.681	0.000	0.000	1.021	89.840	76.181	72.339
16	8.75	0.000	0.008	0.000	0.312	93.746	84.681	0.024	0.000	0.006	89.864	76.181	72.345
17	8.83	0.000	0.000	0.000	0.312	93.746	84.681	0.000	0.000	17.749	89.864	76.181	90.094
18	8.83	0.000	0.000	1.496	0.312	93.746	86.178	0.662	1.121	0.000	90.526	77.301	90.094
19	9.00	0.000	0.000	0.006	0.312	93.746	86.183	0.002	0.004	0.000	90.529	77.305	90.094
20	9.20	0.000	0.174	0.000	0.312	93.920	86.183	1.021	0.000	0.130	91.550	77.305	90.224

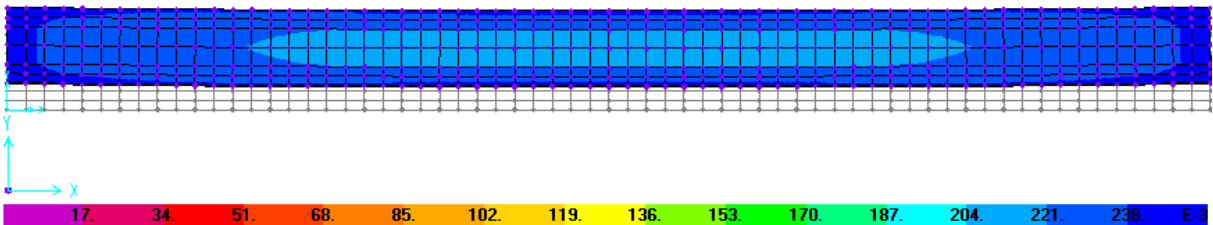
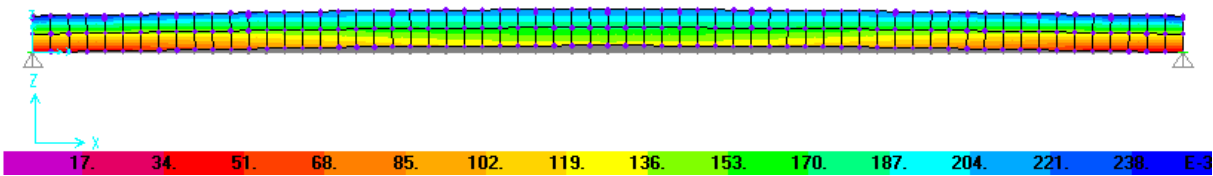
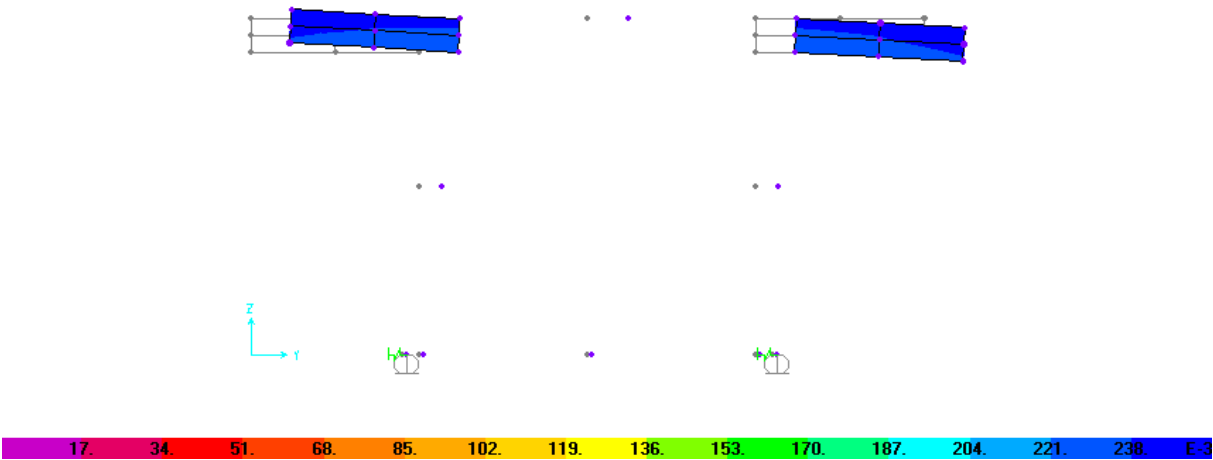
Tabela 6.4 - Participação de massas nos vários modos de vibração

A análise dos valores tabelados e dos factores de participação modal indicam que a contribuição mais importante para a resposta se deve a:

- Vibração vertical: modos 2 e 5;
- Vibração Transversal: modos 1 e 3.

Face a estes resultados mostram-se, a seguir, estes modos.

• Primeiro modo de vibração (Modo 1)



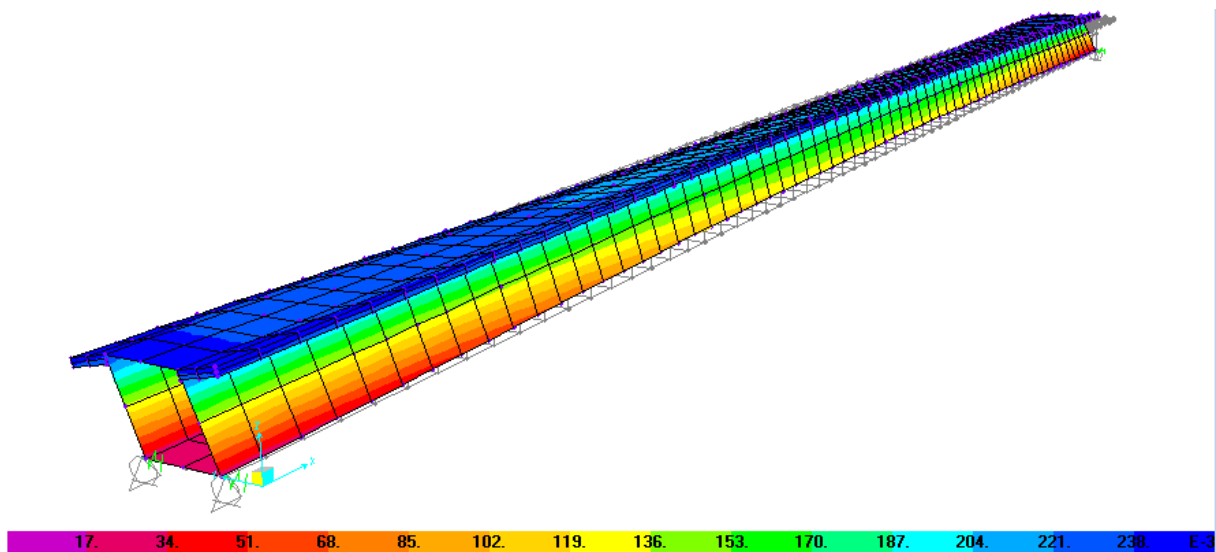
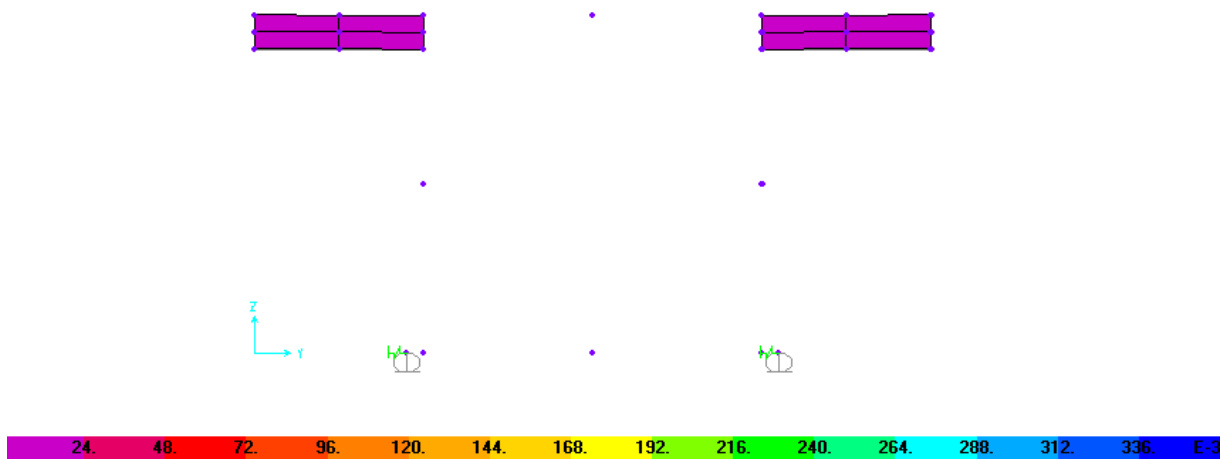


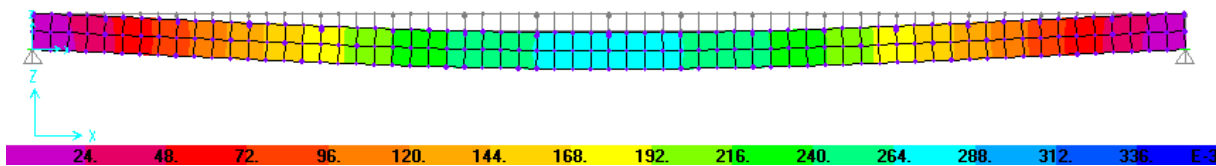
Figura 6.9 - Modo 1, 3D

Este modo é caracterizado essencialmente por uma oscilação horizontal, sendo que a participação de massas para o deslocamento segundo Y é de 82%. Verifica-se também uma rotação segundo eixo Z e outra segundo o eixo de X.

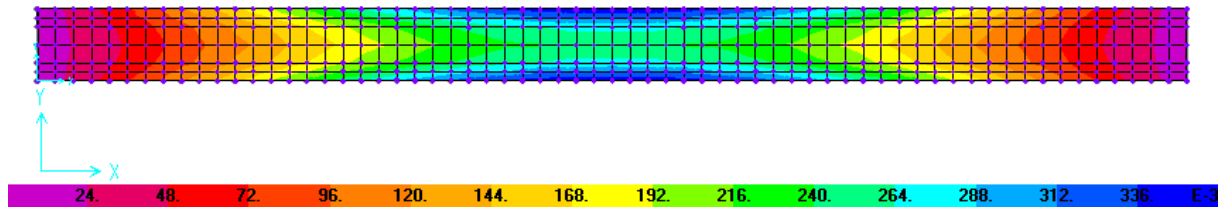
• Segundo modo de vibração (Modo 2)



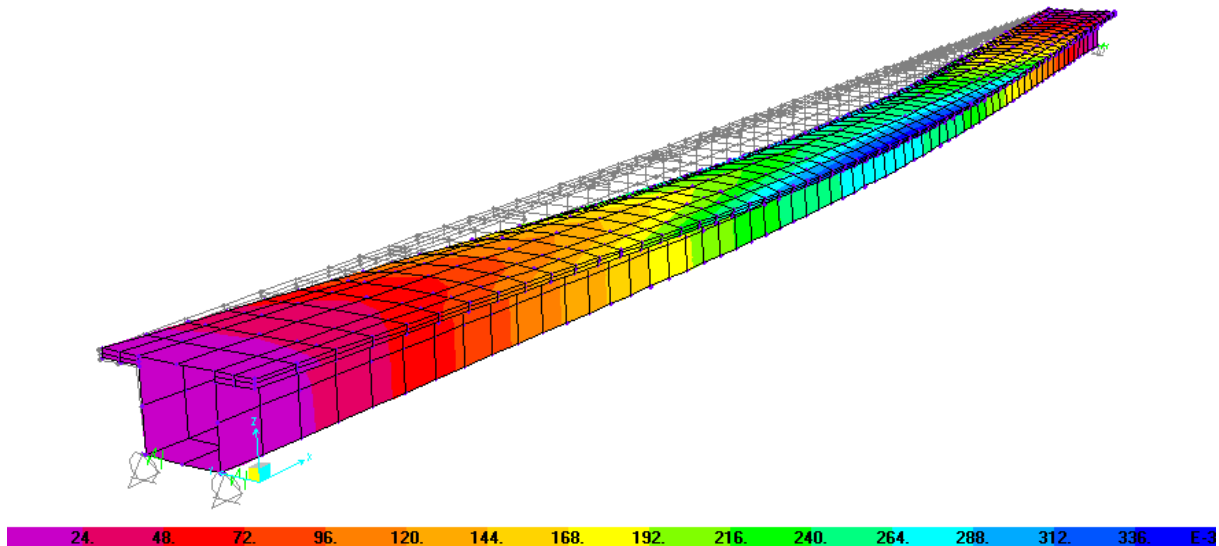
6.10 - Modo 2, plano YZ



6.11 - Modo 2, plano XZ



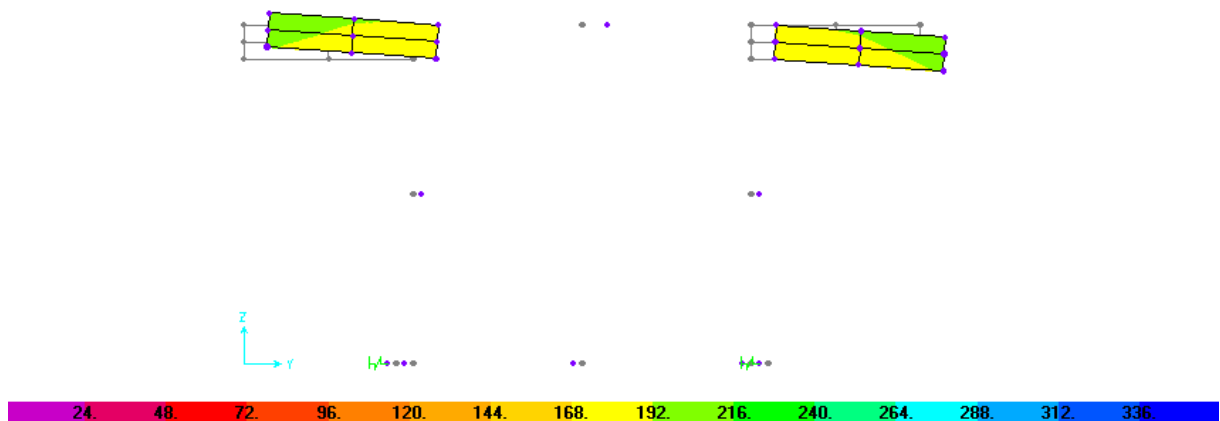
6.12 - Modo 2, plano XY



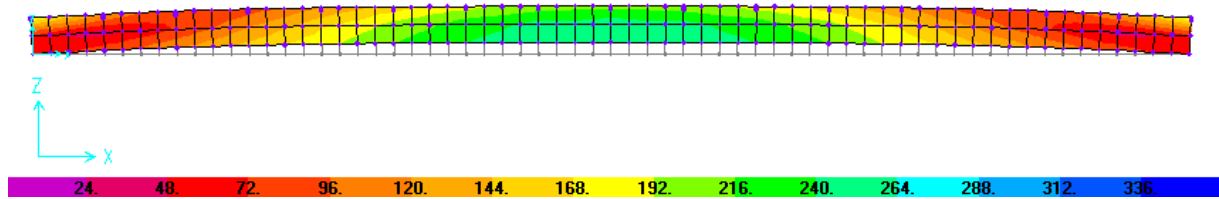
6.13 - Modo 2, 3D

Este modo é caracterizado essencialmente por uma oscilação vertical, dado que a participação de massas para o deslocamento segundo Z é de 76%. Verifica-se ainda uma rotação segundo X e outra segundo Y.

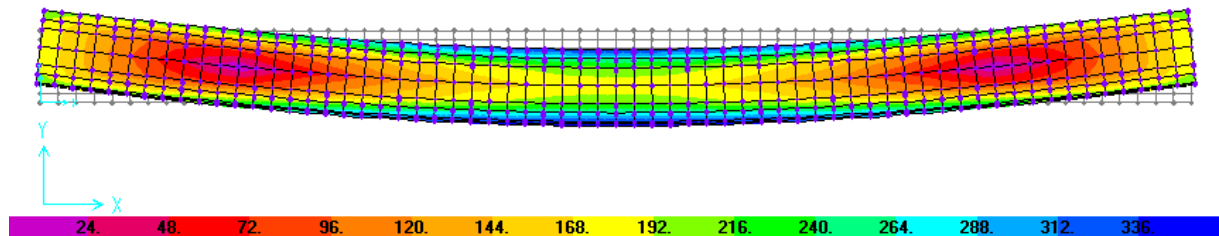
- Terceiro modo de vibração (Modo 3)



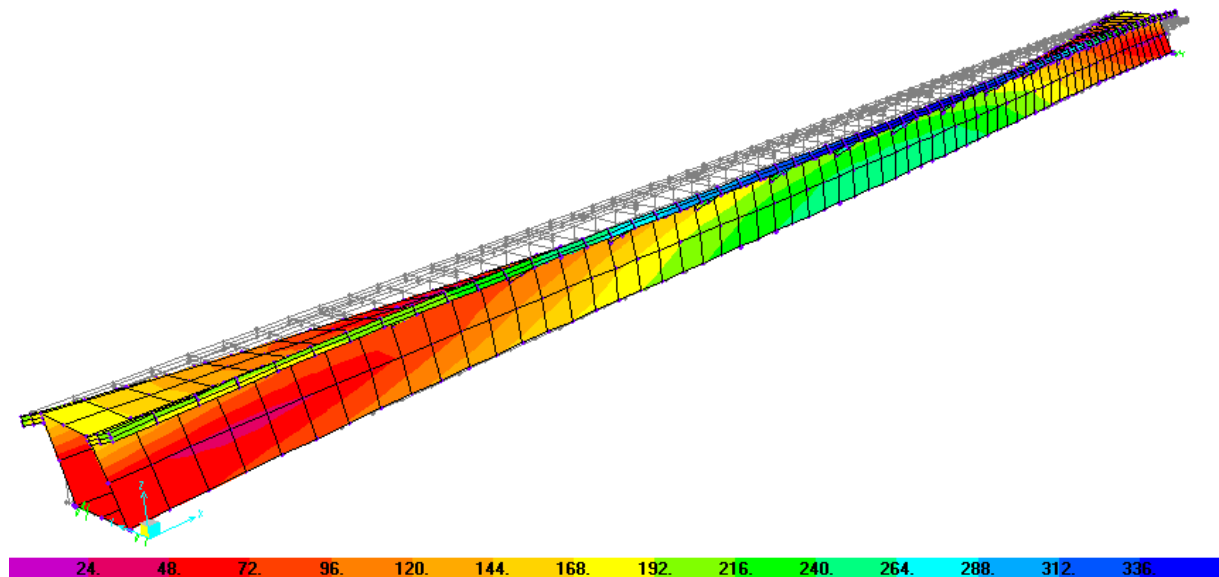
6.14 - Modo 3, plano YZ



6.15 - Modo 3, plano XZ



6.16 - Modo 3, plano XY



6.17 - Modo 3, 3D

O terceiro modo é caracterizado sobretudo por uma oscilação horizontal, sendo que a participação de massas para o deslocamento segundo Y é de 12%. Verifica-se também uma rotação segundo eixo Z e outra segundo o eixo de X.

6.3 MODELO II – RESPOSTA PARA A CARGA TRANSIENTE

Neste caso, o tabuleiro é modelado através de elementos barra de secção constante, discretizados de acordo com o tipo de movimento do peão que se pretende analisar (ver secção 6.3.1). O comprimento de cada elemento é igual ao comprimento de passo de cada tipo de movimento.

A construção do modelo foi realizada no programa de cálculo automático SAP2000. As cargas aplicadas serão descritas na próxima secção e em 6.3.2 apresentam-se os principais resultados do cálculo automático.

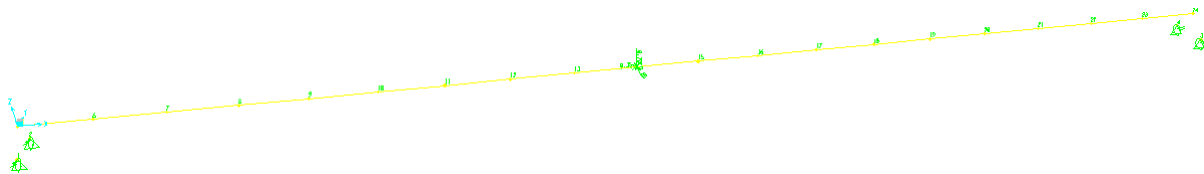


Figura 6.18 – Elementos barra discretizados para corrida normal

6.3.1 ACÇÕES SOBRE A ESTRUTURA

Acções Permanentes

Além do peso próprio da estrutura, foram consideradas os pesos dos revestimentos da chapa da plataforma e dos guarda-corpos.

Na Tabela 6.3 pode ser consultado o valor final obtido para as restantes cargas permanentes, valor esse que foi inserido no SAP2000.

Revestimentos da chapa (kN/m)	0,25
Guarda-corpos (kN/m)	0,5
Total (kN/m)	0,75

Tabela 6.5 - Valores das restantes cargas permanentes

Acção do Peão

Para simular a passagem de um peão sobre a estrutura foram utilizadas as funções de carga apresentadas na Figura 2.8 para os três (3) tipos de movimento: “*andamento normal*”, “*jogging*” e “*corrida normal*”. O “vandalismo” (saltar) também é uma acção possível sobre um passadiço, mas não foi analisado neste trabalho. É fundamental conhecer também o tempo de contacto pé-pavimento (TC); o intervalo de tempo entre dois passos consecutivos (TP); a relação entre a força aplicada e o peso do peão (FA) e ainda o comprimento da passada. Os valores destes parâmetros dependem da frequência da passada do peão, tal como apresentados nos gráficos e de acordo com as expressões apresentadas de seguida [30].

O factor de amplificação do peso do peão (F.A.), é dado pela fórmula seguinte, com a frequência (f), expressa pelo nº de passos por segundo.

$$FA = -0,3806f^5 + 5,9839f^4 - 36,975f^3 + 111,59f^2 - 162,71f + 92,605 \quad (6.1)$$

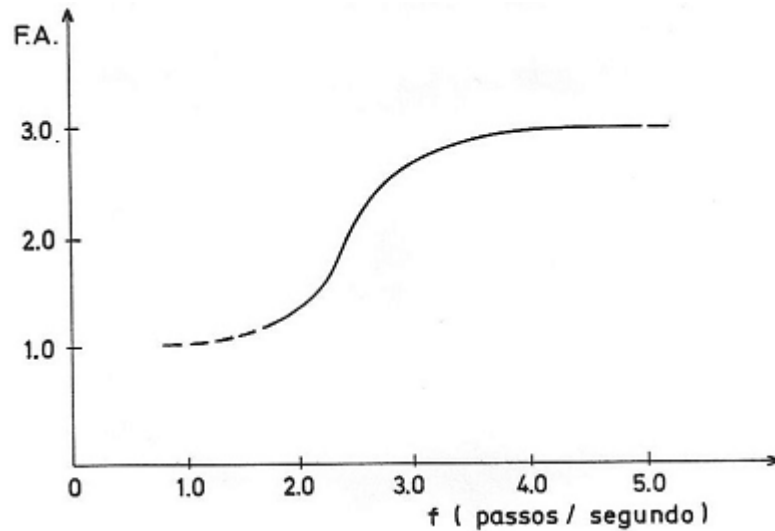


Figura 6.19 - Relação entre a FA e o peso do peão para as várias frequências [30]

A relação entre a frequência da passada e o tempo de contacto pé-pavimento é dada por:

$$TC = -0,0436f^3 + 0,4872f^2 - 1,8861f + 2,6606 \quad (6.2)$$

Com f , expresso em passos por segundo.

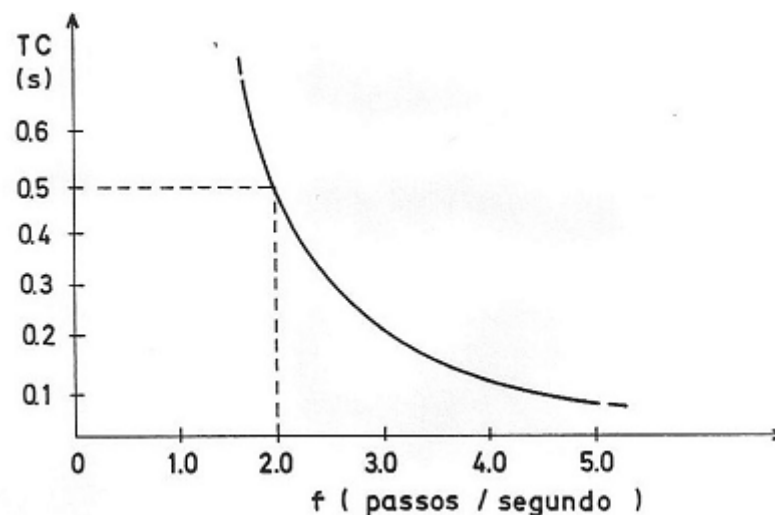


Figura 6.20 - Relação entre o TC e as várias frequências [30]

Finalmente, a relação entre a frequência da passada e o tempo entre dois passos consecutivos é dada pela seguinte expressão:

$$TP = -0,0214f^3 + 0,2325f^2 - 0,9255f + 1,595 \quad (6.3)$$

Com f , expressa em passos por segundo

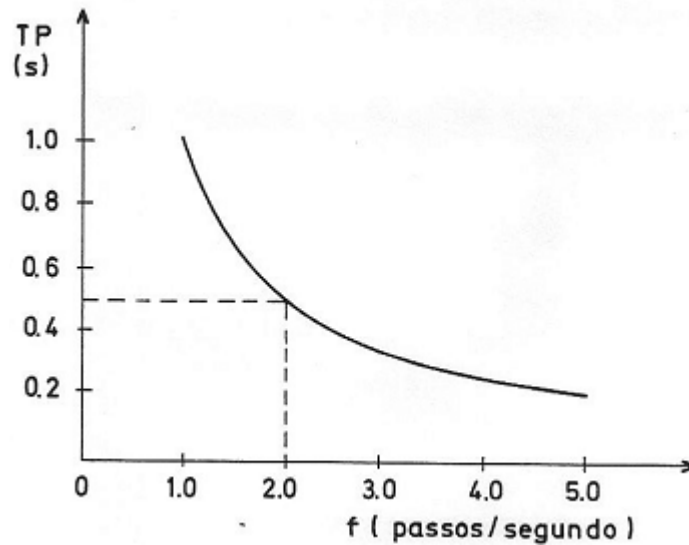


Figura 6.21 - Relação entre o TP e as várias frequências [30]

Deste modo, para os três tipos de andamento foram determinados os valores destes parâmetros, a partir dos valores das frequências associadas a cada tipo de movimento, presentes na Tabela 2.1. Na Tabela 6.6 são apresentados os valores obtidos para estes três factores que posteriormente foram inseridos no programa de cálculo automático (SAP2000), de acordo com o procedimento descrito no anexo II.

Tipo de Andamento	f [Hz]	FA	TC [s]	TP [s]
Andamento Normal	2.00	1.3082	0.4884	0.5028
Jogging	2.50	2.1112	0.3091	0.4000
Corrida Normal	3.20	2.7670	0.1853	0.3130

Tabela 6.6 - Valores para os vários tipos de andamento considerados ao factor de amplificação, tempo de contacto e tempo entre dois passos consecutivos

A acção de um peão em movimento é equivalente à aplicação de cargas, com intensidade variável, em nós espaçados de d metros, em que d é o comprimento da passada, e em diferentes instantes. Estas cargas têm, para além de uma componente vertical, uma componente longitudinal e uma transversal, cuja frequência é igual a metade da frequência das restantes componentes, pois o contacto entre o pé direito e o pavimento, e o pé esquerdo e o pavimento produzem forças transversais em direcções opostas.

A intensidade máxima da carga vertical é igual ao peso do peão. Na direcção longitudinal a intensidade máxima da força aplicada é igual a cerca de 50% da componente vertical, e na direcção transversal a intensidade máxima pode variar entre 3% e 10%, tendo sido considerado um valor intermédio deste intervalo (6,5%). [17]

A resultante do diagrama da acção dinâmica exercida pelo peão, correspondente a uma sequência de passos, tem a configuração que se apresenta na figura 6.22.

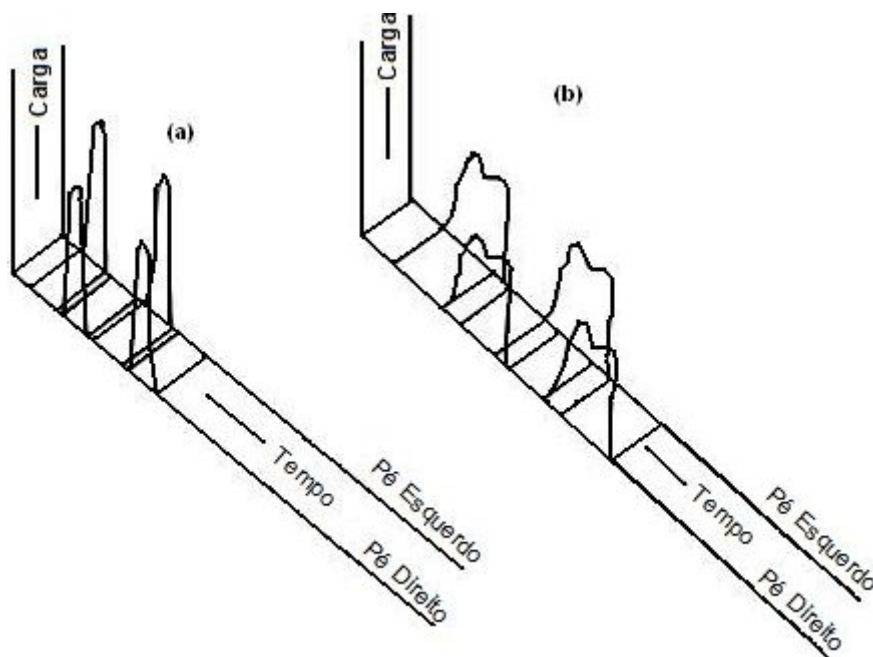


Figura 6.22 - Padrão típico das forças exercidas pelas pessoas ao atravessar o tabuleiro da ponte com o movimento: (a) corrida, $f = 3,2\text{Hz}$; (b) andar, $f = 2,0\text{Hz}$ [19]

Para o movimento “*andamento*” verifica-se que pelo menos um dos pés está sempre em contacto com o pavimento, existindo um contacto contínuo com a superfície da estrutura. Existindo pequenos períodos de tempo em que ambos os pés estão em contacto com o pavimento, origina-se uma sobreposição entre as funções relativas ao pé direito e ao pé esquerdo. Por outro lado, para o movimento “*corrida*” constata-se a existência de pequenos períodos de tempo em que não há nenhum contacto da pessoa com o pavimento, correspondendo estes intervalos de tempo à aplicação de força igual a zero.

A seguinte figura representa o esquema de carregamento associado à passagem dum peão a atravessar a ponte.

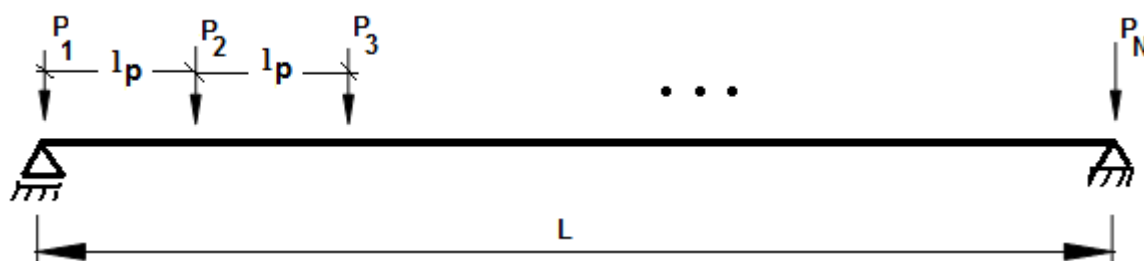


Figura 6.23 – Modelo da acção do peão atravessando a ponte

Entre cada tipo de movimento diferem os pontos de aplicação das cargas, uma vez que o comprimento da respectiva passada é diferente, a função de carga correspondente, assim como os valores de todos os parâmetros enumerados anteriormente.

6.3.2 RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados apresentados nesta secção foram obtidos com o programa de cálculo automático SAP2000. O método de resolução das equações do movimento foi o método da sobreposição modal. O anexo II apresenta as escolhas admitidas para o cálculo automático.

Seguidamente são apresentados, graficamente, os deslocamentos e as acelerações nas extremidades e a $\frac{1}{2}$ vão do tabuleiro da ponte para a “corrida normal”. Os resultados obtidos para as restantes acções serão apresentados no anexo III.

Para além dos gráficos de deslocamentos obtidos para cada tipo de andamento analisado também são representados os respectivos espectros (obtidos através da Transformada Rápida de Fourier – FFT). Estes espectros correspondem à amplitude dos coeficientes de Fourier associados à transformada de Fourier da resposta descrita no tempo. Uma descrição mais detalhada da transformada de Fourier pode ser encontrada em [35].

Simplificadamente, os espectros de deslocamentos indicam quais as frequências dominantes na resposta obtida, que devem ser comparadas com as frequências próprias da estrutura. Quando estes valores se aproximam ocorre o fenómeno de ressonância, o que deve ser evitado.

Por outro lado, verifica-se se as acelerações estão dentro dos limites estipulados pela norma ISO 10371 e se os deslocamentos máximos vertical e horizontal cumprem as recomendações do Eurocódigo 0, EN-1990, apresentadas na secção 3.2.

Deslocamentos provocados pela passagem de um peão sobre a ponte

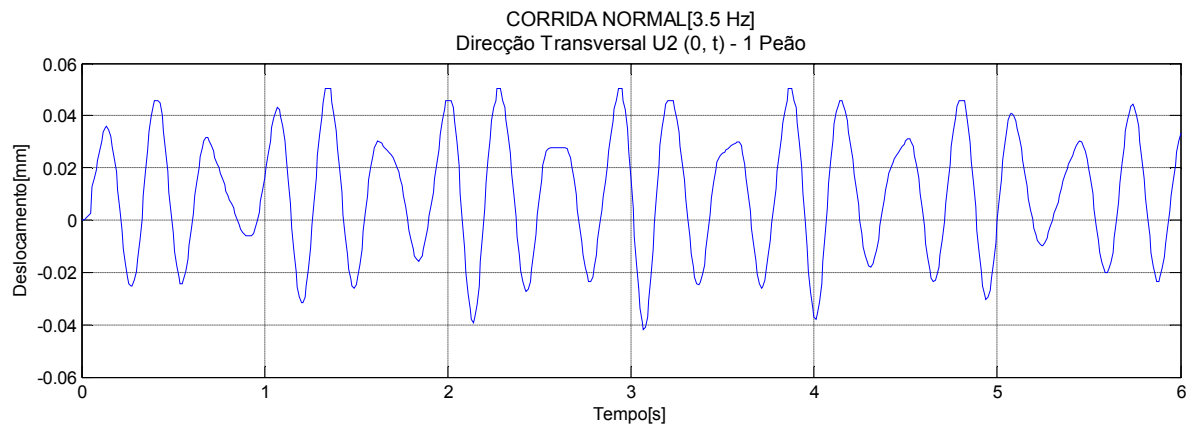


Figura 6.24 - Deslocamentos no apoio segundo a direcção Transversal em função do tempo

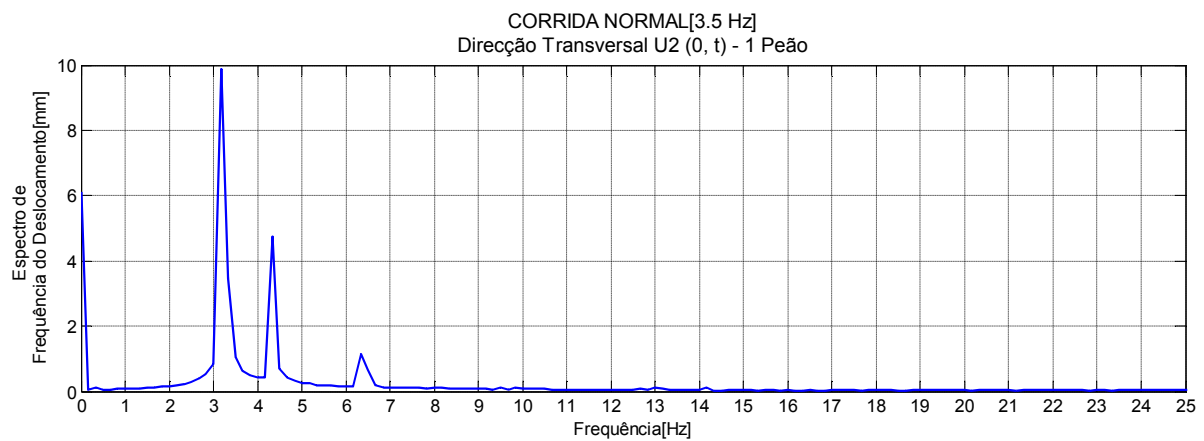


Figura 6.25 - Espectro de Frequência do Deslocamento

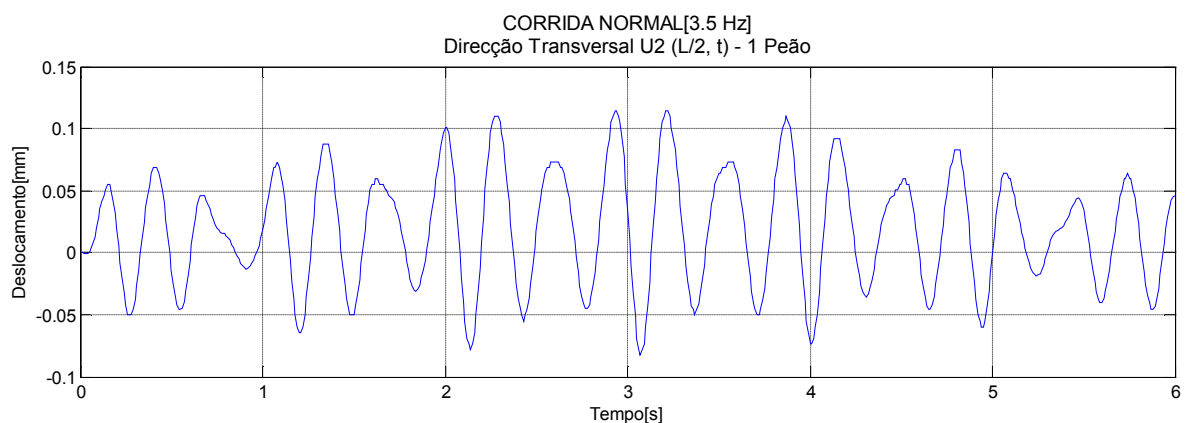


Figura 6.26 - Deslocamentos a ½ vão segundo a direcção transversal em função do tempo

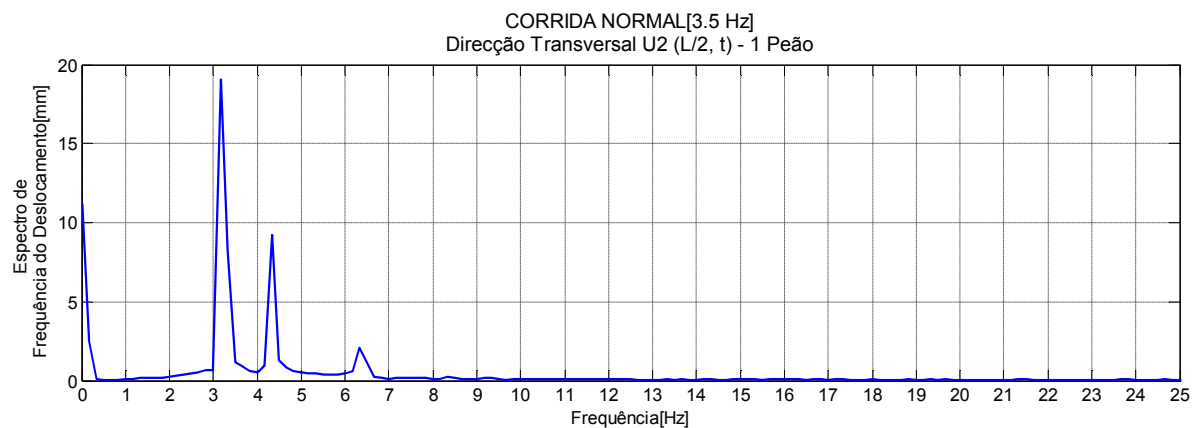


Figura 6.27 - Espectro de Frequência do Deslocamento

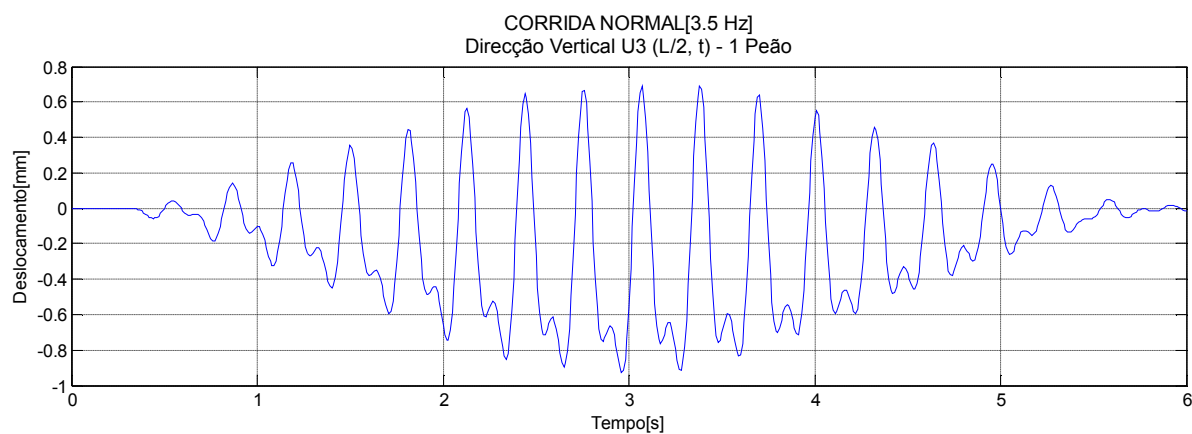


Figura 6.28 - Deslocamentos a 1/2 vão segundo a direcção vertical em função do tempo

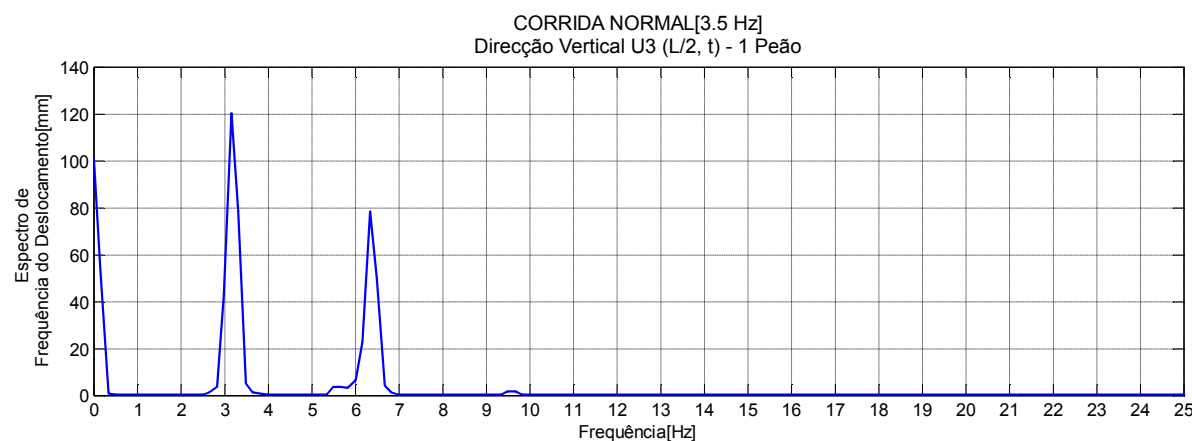
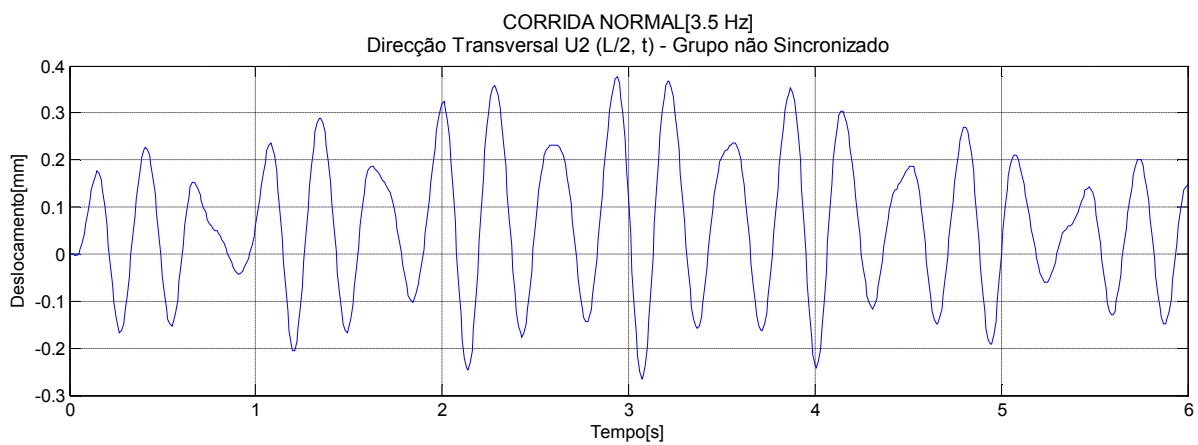
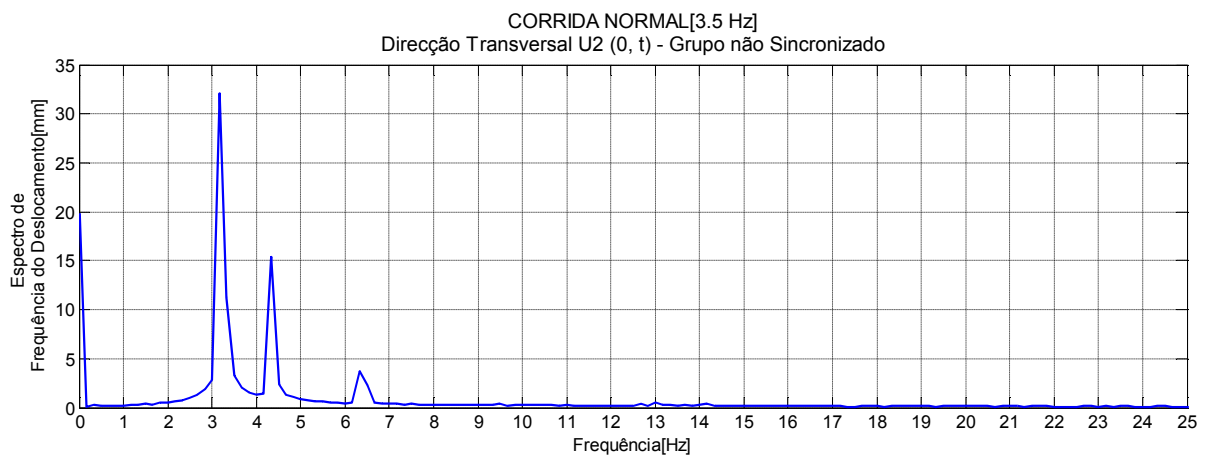
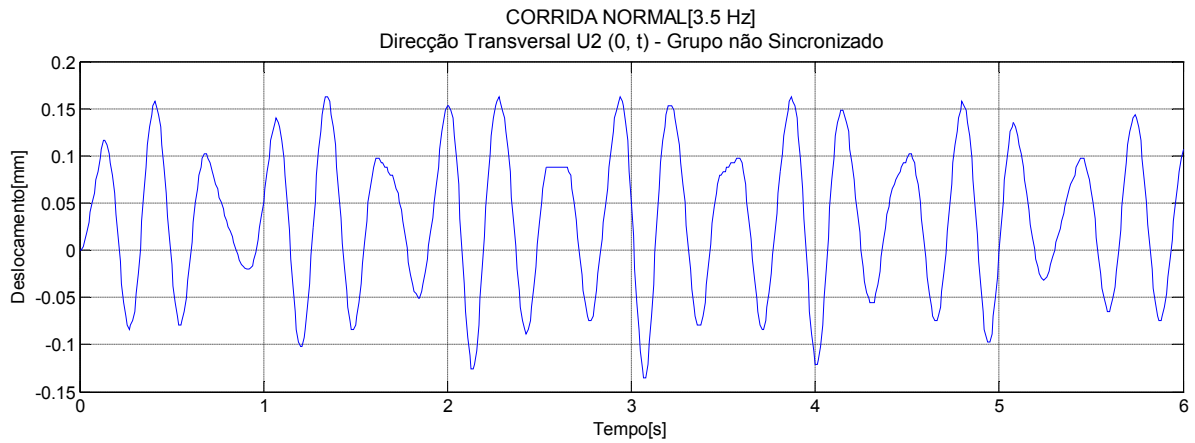


Figura 6.29 - Espectro de Frequência do Deslocamento

Deslocamentos provocados pela passagem de um grupo não sincronizado sobre a ponte (3,5 peões)



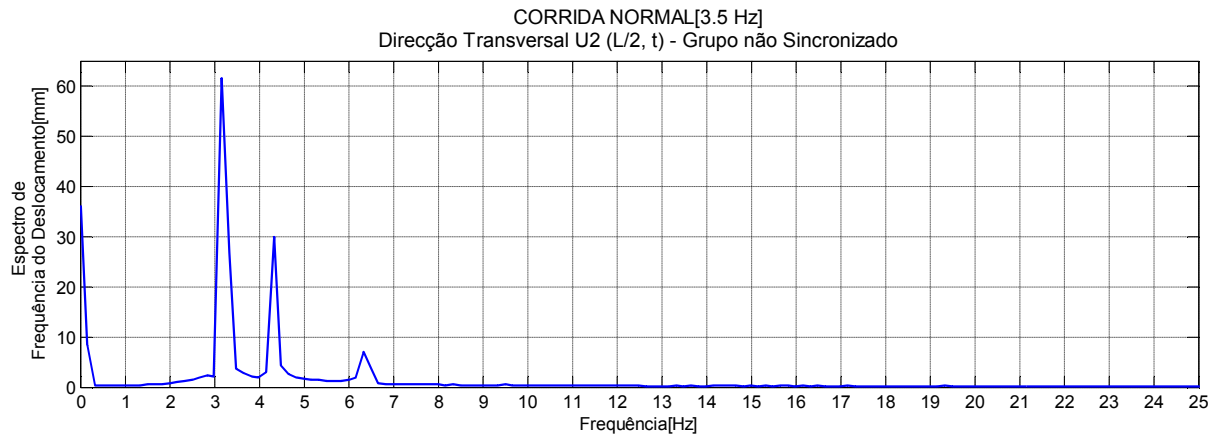


Figura 6.33 - Espectro de Frequência do Deslocamento

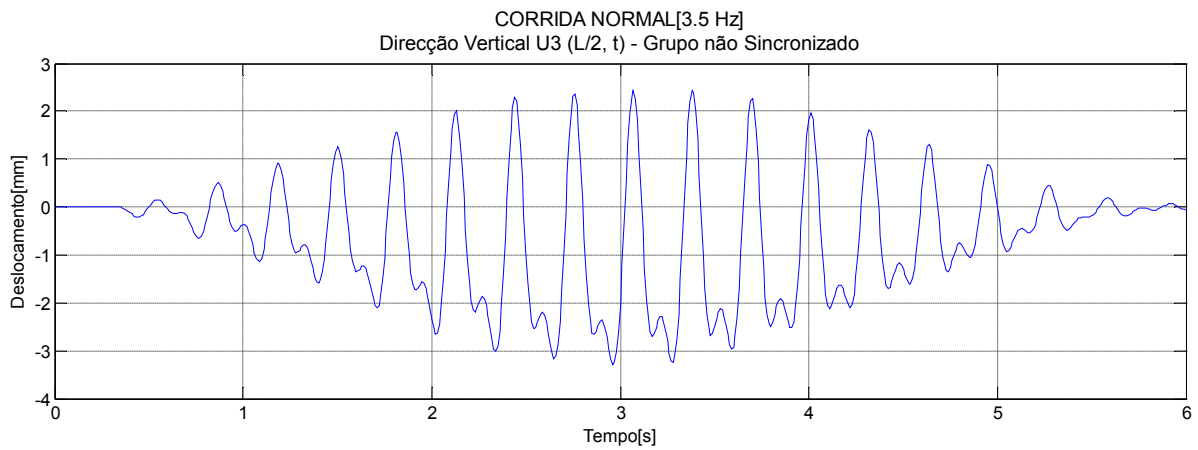


Figura 6.34 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção vertical em função do tempo

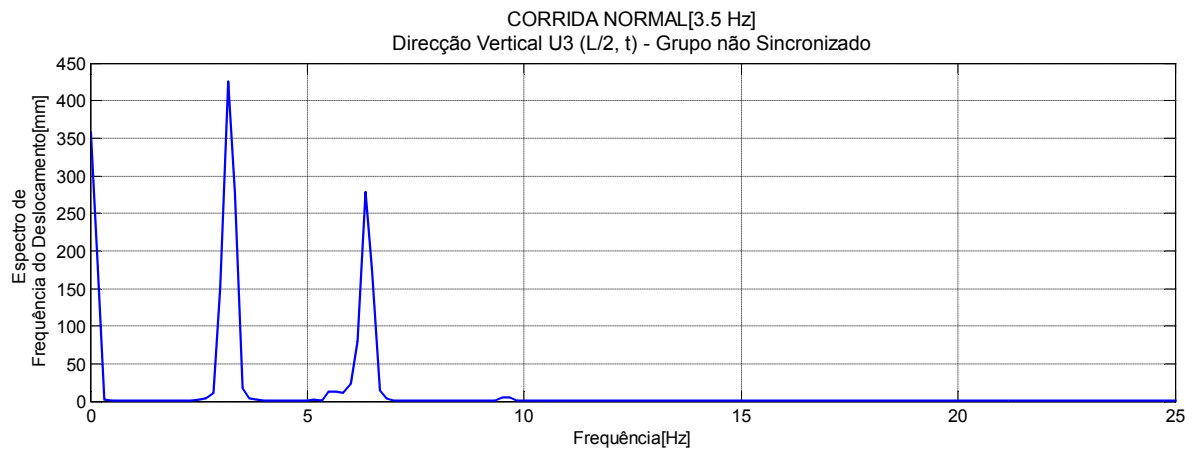


Figura 6.35 - Espectro de Frequência do Deslocamento

Deslocamentos provocados pela passagem de um grupo sincronizado sobre a ponte (12 peões)

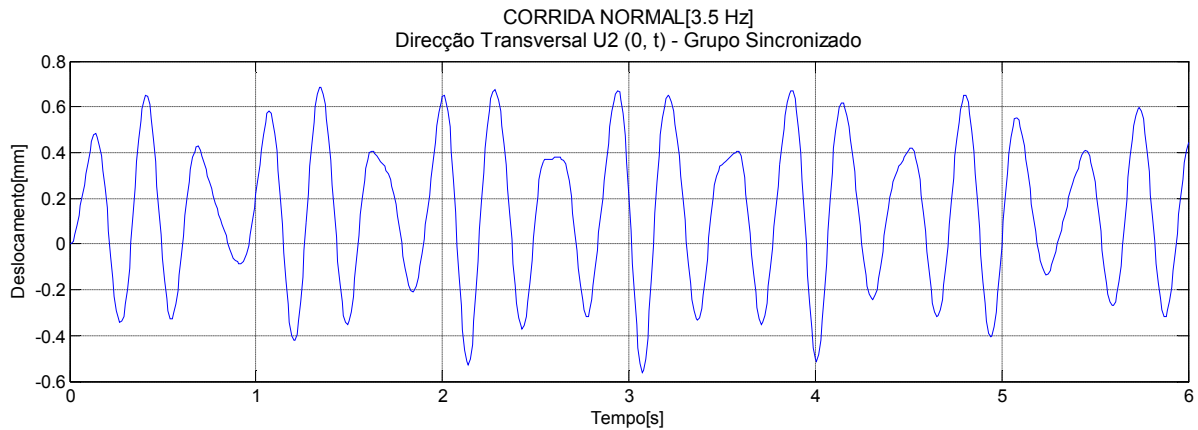


Figura 6.36 - Deslocamentos no apoio segundo a direção Transversal em função do tempo

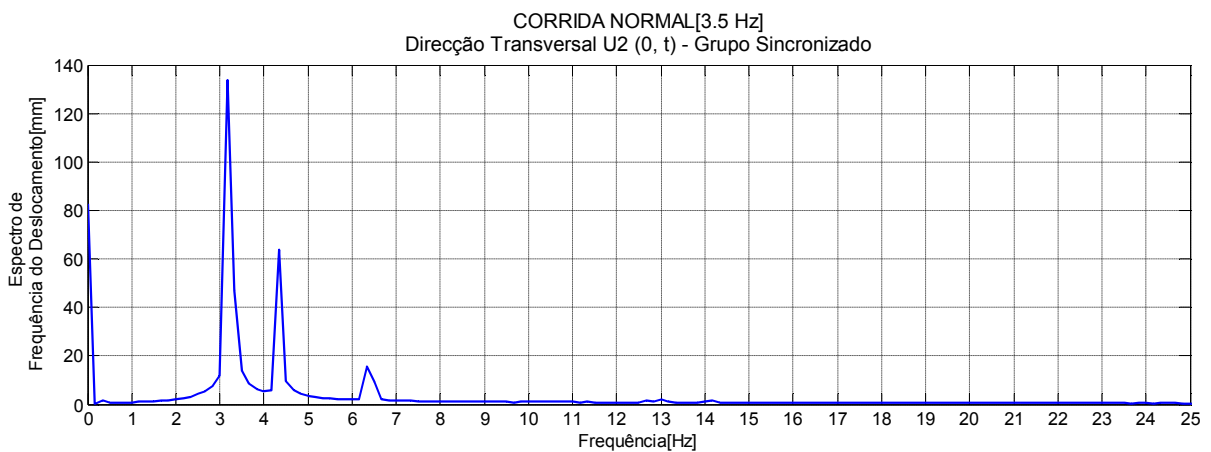


Figura 6.37 – Espectro de Frequência do Deslocamento

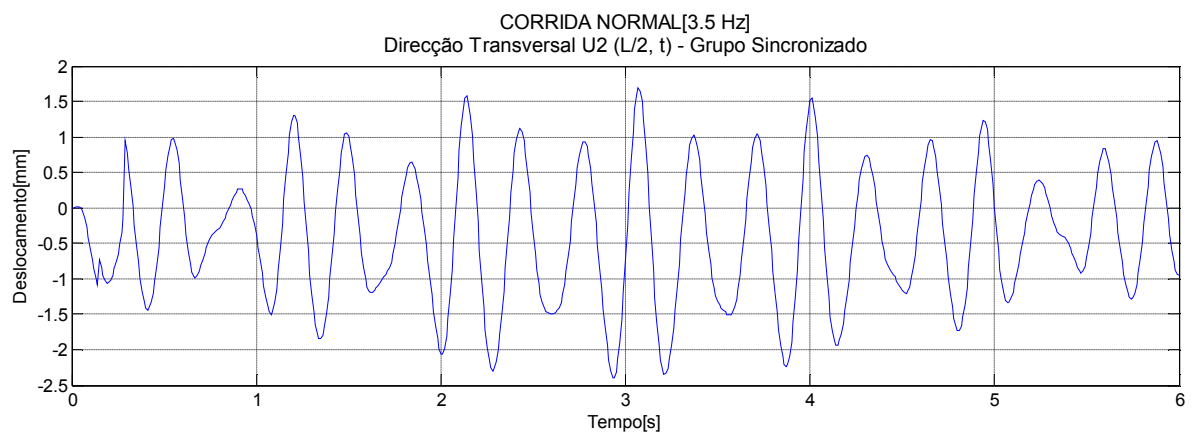


Figura 6.38 - Deslocamentos a 1/2 vão segundo a direção transversal em função do tempo

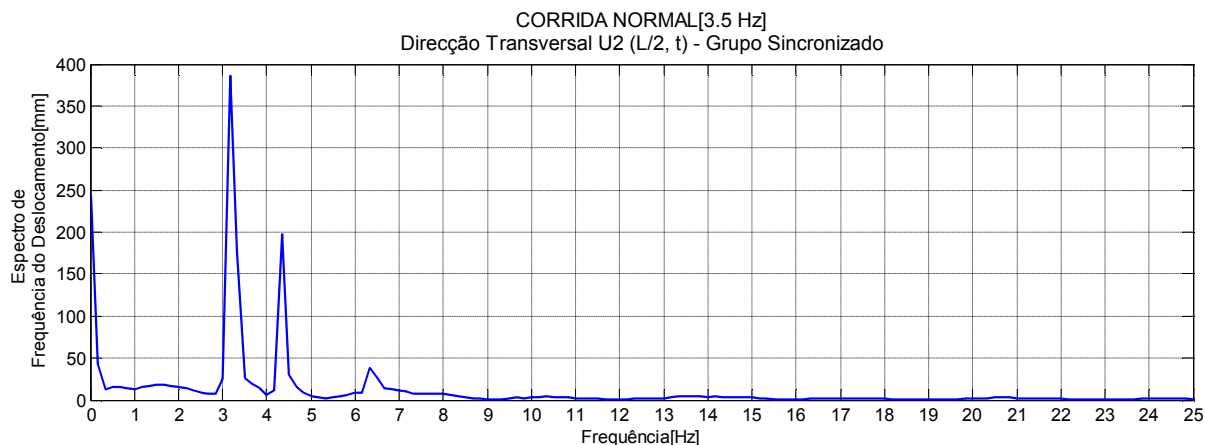


Figura 6.39 - Espectro de Frequência do Deslocamento

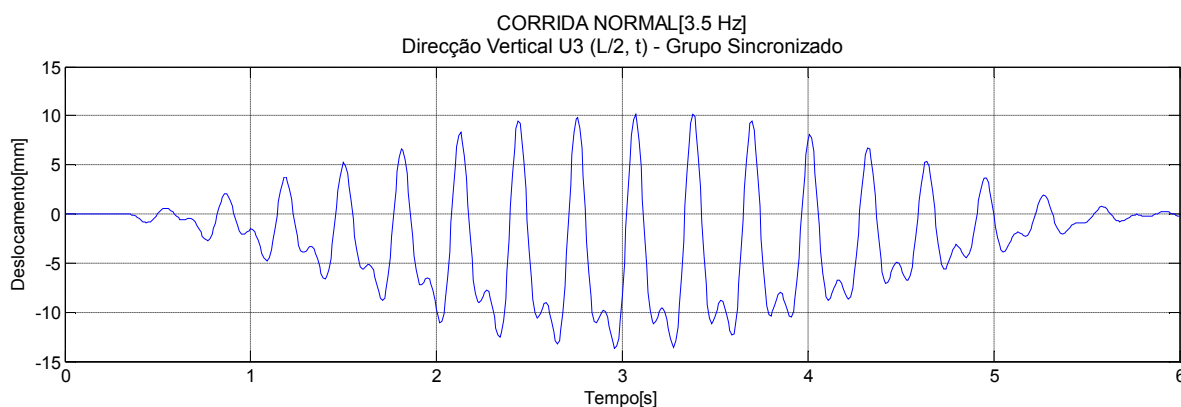


Figura 6.40 - Deslocamentos a 1/2 vão segundo a direcção vertical em função do tempo

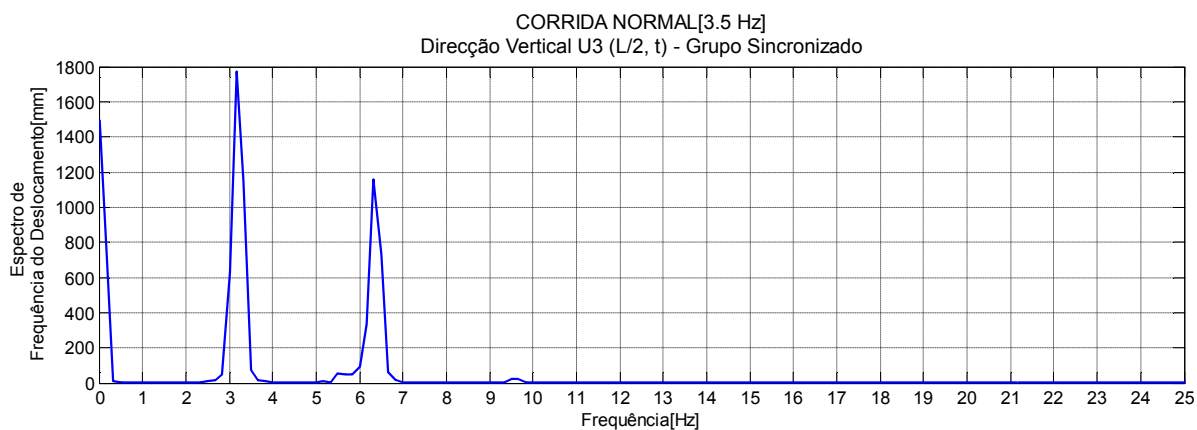


Figura 6.41 - Espectro de Frequência do Deslocamento

Estes resultados serão melhor analisados a partir de comparação com as frequências e modos naturais de vibração atrás indicados. Consta-se ainda, que a flecha máxima provocada por um grupo sincronizado correndo sobre o passadiço em estudo é cerca de 4 vezes superior à

flexa provocada por um grupo não sincronizado e 14 vezes superior à flexa máxima resultante de 1 peão correndo sobre este passadiço.

Acelerações provocadas pela passagem de um peão sobre a ponte

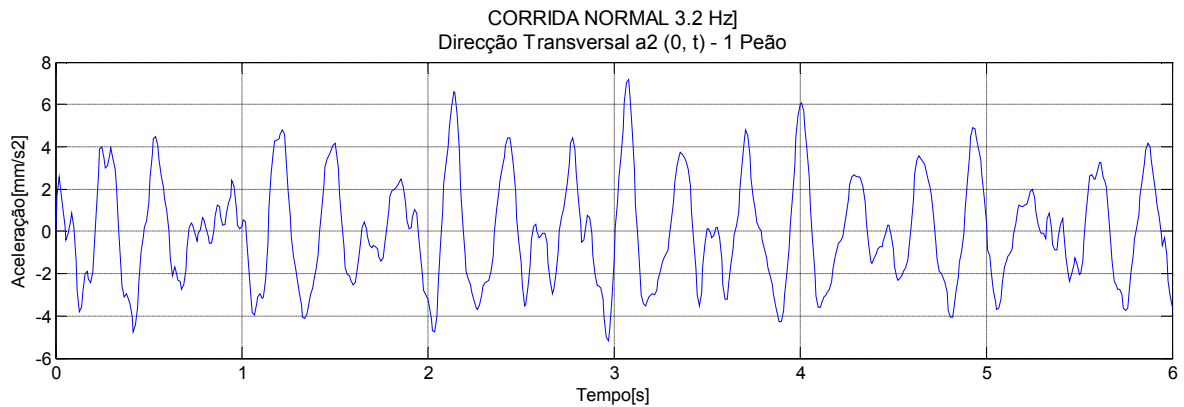


Figura 6.42 - Aceleração transversal no apoio, induzido por 1 peão correndo a 3.20 Hz

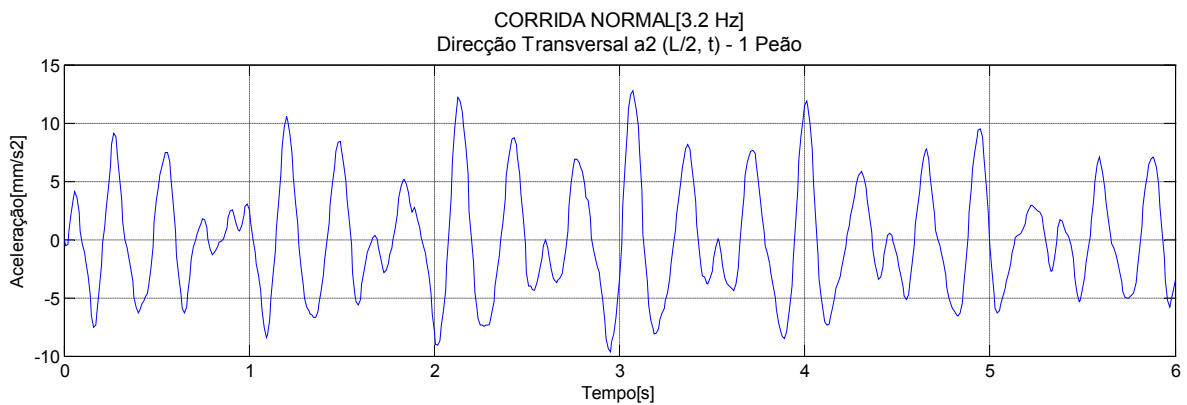


Figura 6.43 - Aceleração transversal a $1/2$ vão, induzido por 1 peão correndo a 3.20 Hz

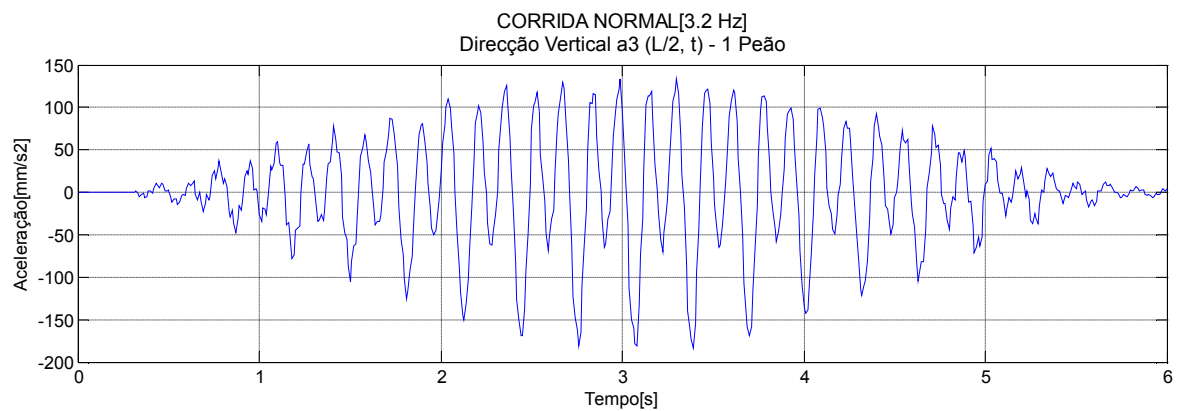


Figura 6.44 - Aceleração vertical a $1/2$ vão, induzido por 1 peão correndo a 3.20 Hz

Acelerações provocadas pela passagem de um grupo não sincronizado sobre a ponte (3,5 peões)

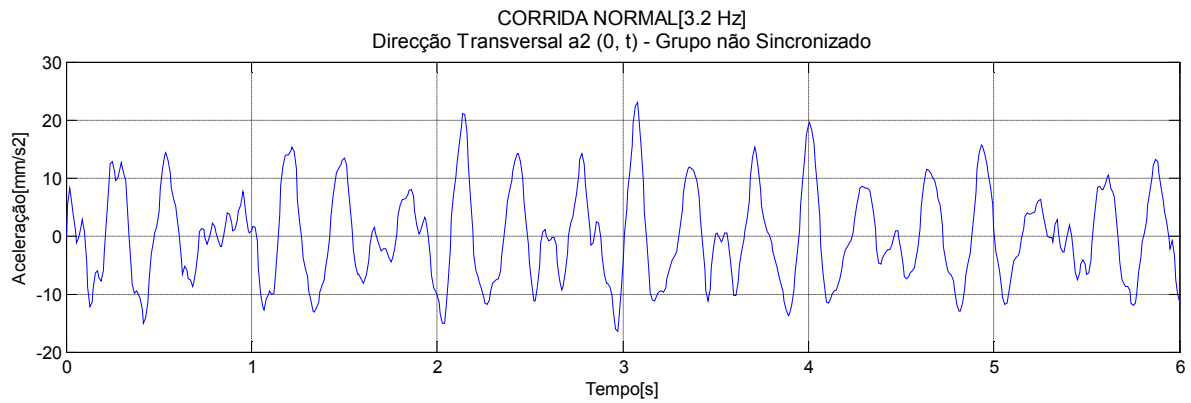


Figura 6.45 - Aceleração transversal no apoio, induzido por grupo não sincronizado correndo a 3.20 Hz

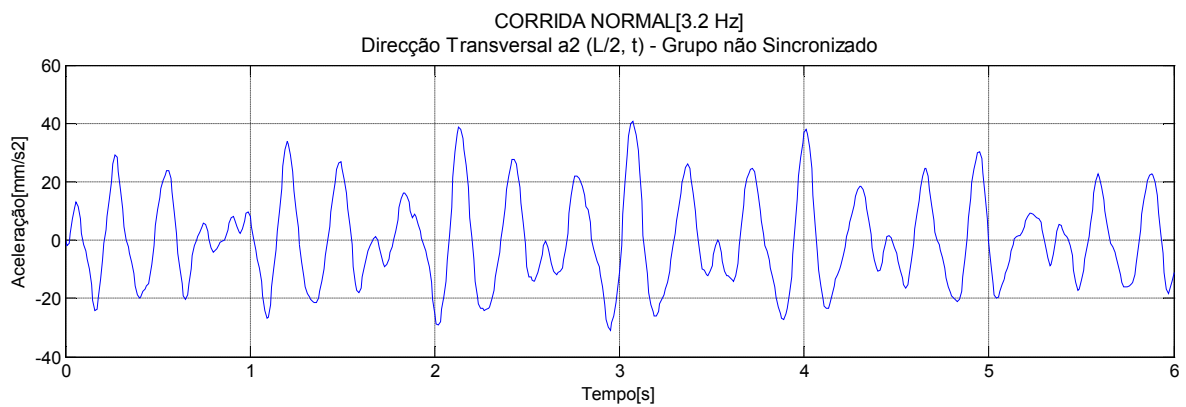


Figura 6.46 - Aceleração Transversal a 1/2 vão, induzido por grupo não sincronizado correndo a 3.20 Hz

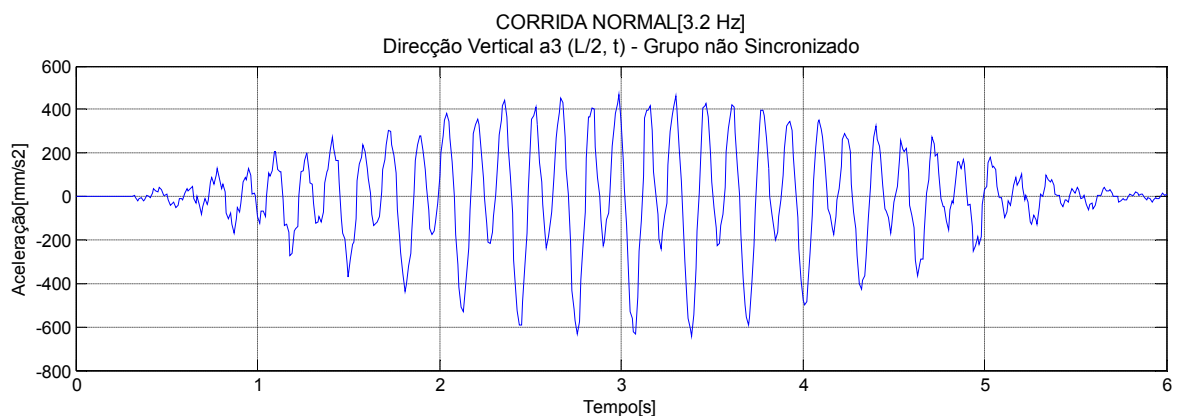


Figura 6.47 - Aceleração vertical a 1/2 vão, induzido por grupo não sincronizado correndo a 3.20 Hz

Acelerações provocadas pela passagem de um grupo sincronizado sobre a ponte (12 peões)

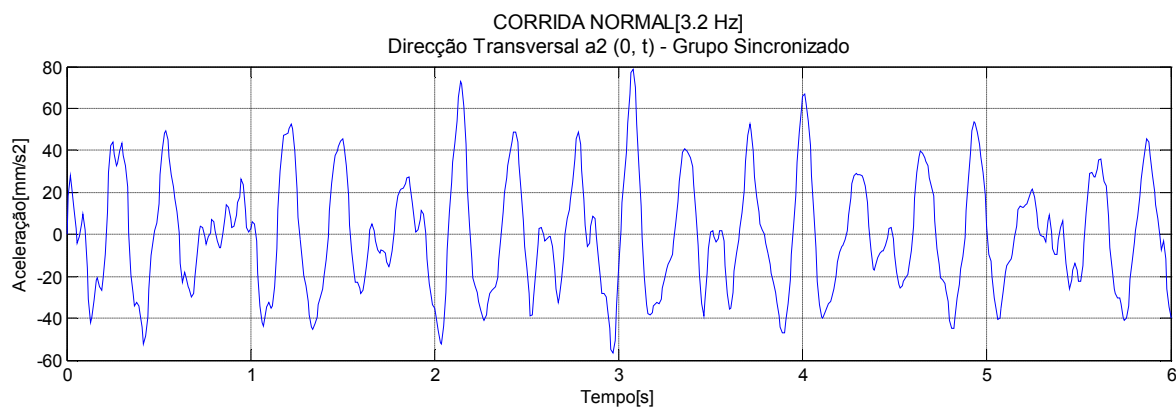


Figura 6.48 - Aceleração Transversal no apoio, induzido por grupo sincronizado correndo a 3.20 Hz

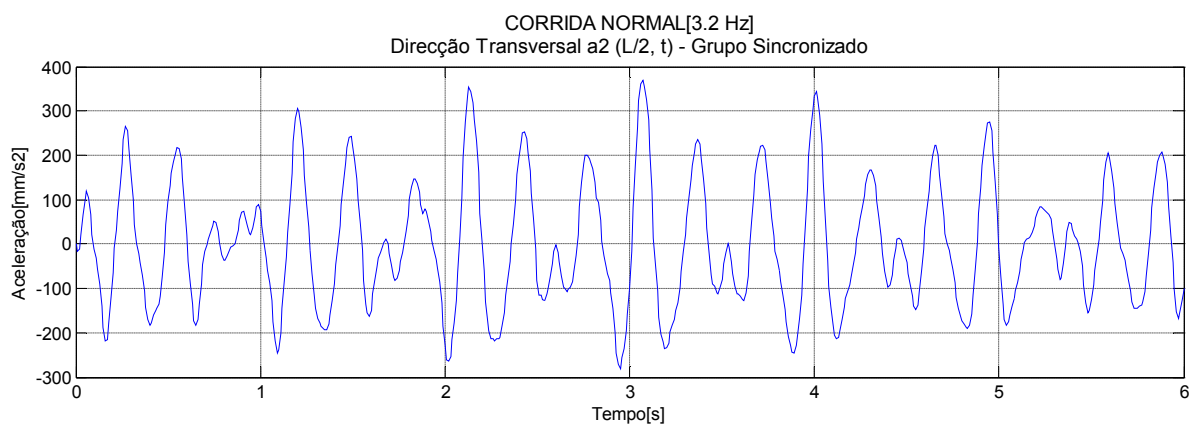


Figura 6.49 - Aceleração transversal a 1/2 vão, induzido por grupo sincronizado correndo a 3.20 Hz

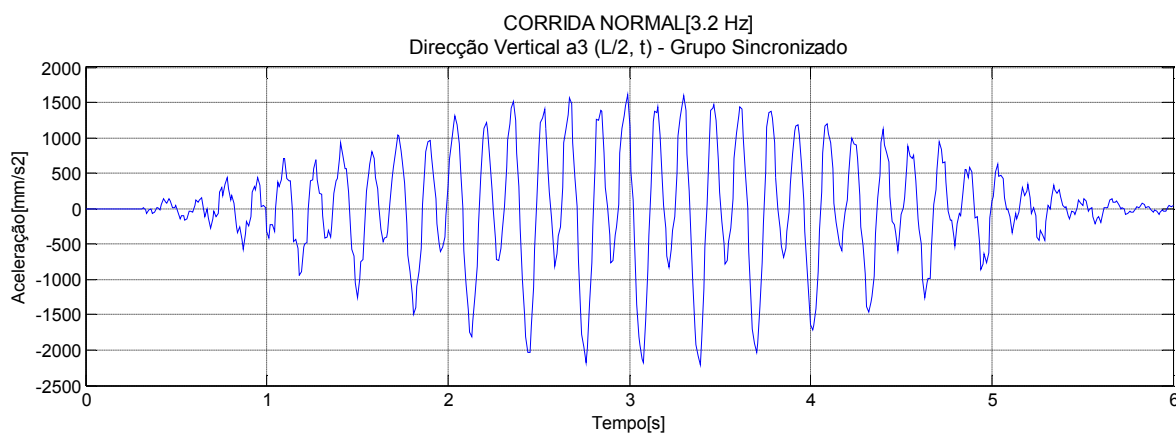


Figura 6.50 - Aceleração vertical a 1/2 vão, induzido por grupo sincronizado correndo a 3.20 Hz

Analisando estes gráficos, constata-se que as acelerações máximas que ocorrem quando 1 peão corre sobre o passadiço em estudo, são inferiores aos limites recomendados pelas normas EN-1990 e ISO10137. Quando se trata da mesma acção, desta feita por grupo não sincronizado, as acelerações máximas são inferiores aos limites estipulados pela norma EN-1990, mas a aceleração máxima vertical é cerca de 70% superior ao limite imposto pela norma ISO10137. A aceleração máxima transversal resultante de um grupo sincronizado correndo sobre este passadiço é inferior aos limites indicados pelas normas EN-1990 e ISO10137, mas a aceleração máxima vertical devido a esta acção é cerca de 3 vezes superior ao limite recomendado pela norma EN-1990 e 6 vezes superior ao limite proposto pela norma ISO10137.

Os deslocamentos e acelerações na direcção longitudinal são praticamente nulos, daí a não representação dos mesmos. Também não foram representados os deslocamentos e acelerações verticais nas extremidades por serem nulos.

7. SOLUÇÕES POSSÍVEIS PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Uma vez constatado que de facto há vibrações excessivas na estrutura em estudo, neste Capítulo apresentam-se algumas das formas de reduzir essas vibrações para níveis confortáveis para os utentes, tendo em conta a aplicabilidade da solução, a viabilidade económica e ainda a estética.

As estruturas em vibração dissipam energia através de tensões internas, fricção, fissuras, deformações plásticas, etc. Quanto maior a capacidade de dissipar a energia menor a amplitude da vibração. Algumas estruturas têm um amortecimento muito abaixo do amortecimento crítico e consequentemente apresentam amplitudes maiores de vibração mesmo para excitações moderadas.

Com o intuito de minimizar a amplitude dos deslocamentos produzidos pelas acções dinâmicas sobre este tipo de estrutura, muitos investigadores e engenheiros têm procurado soluções tecnicamente viáveis para este problema, através do controlo estrutural. Descreve-se, a seguir, algumas das soluções possíveis para a resolução deste problema.

7.1 AUMENTO DA MASSA

O aumento da massa da plataforma tende a reduzir a frequência fundamental o que pode resolver eventuais problemas de ressonância e, consequentemente, fazer baixar a amplitude da resposta induzida pelos peões. No entanto, grandes quantidades de massa extra poderão ser exigidas o que aumentaria desnecessariamente a sobrecarga da ponte. Também a diminuição das frequências naturais pode, por sua vez, aumentar a sensibilidade às excitações de baixa frequência. Portanto, esta solução requer uma especial atenção quando as frequências naturais são baixas, para que estas não fiquem dentro do intervalo das frequências de andamento de peão.

7.2 AUMENTO DA RIGIDEZ

Uma solução possível para problemas de vibração devidos ao carregamento pedestre é evitar frequências naturais que estejam dentro do intervalo que coincidem com frequências típicas para o carregamento dinâmico induzido por ser humano. Como foi referido na Secção 2.5 essas frequências variam de 1,4 - 2,4 Hz na direcção vertical e de 0,7 - 1,2 Hz da direcção

horizontal. Isto pode ser realizado aumentando a rigidez do passadiço, que assim move todas as suas frequências naturais para fora do intervalo que possa ser excitada por peões [19].

Teoricamente, para dobrar a frequência natural de uma estrutura, a sua rigidez deve ser aumentada por um factor de quatro admitindo que a massa se mantém. Se a massa aumentar, o factor de aumento da rigidez terá de ser ainda maior.

7.3 AUMENTO DO AMORTECIMENTO

Outra medida para atenuar os problemas de vibração de pontes pedonais é o aumento do amortecimento total da estrutura. Há vários mecanismos de absorção de energia que contribuem para o amortecimento de uma estrutura. Para pequenas amplitudes de vibração, o amortecimento é principalmente fornecido pelo amortecimento material devido ao comportamento visco-elástico do material. Para amplitudes mais altas, o amortecimento é aumentado pela fricção em conexões e suportes. Também, os elementos não-estruturais (pavimentos e guardas de segurança) podem contribuir para o amortecimento total [31].

O aumento do amortecimento modificando a estrutura, conexões, suportes e os elementos não-estruturais, pode ser considerado, mas muitas vezes surgem problemas práticos consideráveis. Para aumentar o amortecimento, é muito mais efectivo, e menos caro instalar um sistema de amortecimento [22].

O amortecimento adicional aumenta a quantidade da energia que é dissipada pela estrutura. Nesta secção, serão considerados três diferentes sistemas de amortecimento comumente usados. Os *Amortecedores de Massas Sintonizadas*, vulgarmente designados de TMDs (“Tuned Mass Dampers”) podem ser sintonizados para frequências específicas. Uma alternativa a TMDs são *Amortecedores de Líquidos Sintonizados* (TLD), que são relativamente baratos e fáceis de instalar. Finalmente, *Amortecedores visco-elásticos* podem ser adicionados para cobrir uma escala mais ampla de frequências e movimentos [32].

Amortecedores de Massas Sintonizadas

Um atenuador de massa sintonizado (TMD) é um sistema de amortecimento passivo de vibrações de estruturas constituído por uma massa (m_2) ligada a uma estrutura principal através de uma mola de rigidez (k_2) e um amortecedor viscoso (c_2). O TMD pode ser examinado como um recipiente de energia, onde a energia excessiva acumulada na ponte é transferida à massa do TMD. A energia é depois dissipada por meio de um dispositivo de

amortecimento viscoso que é ligado entre a ponte e a própria massa do TMD [32]. Deste modo, a frequência natural do TMD é sintonizada a uma determinada frequência que resulta numa frequência óptima do atenuador. Por isso, TMDs só são efectivos acima de uma faixa restrita de frequências. Também, quanto mais pequena for a relação entre a massa do TMD e a massa da estrutura, mais restrita será a gama de frequências efectivas [25].

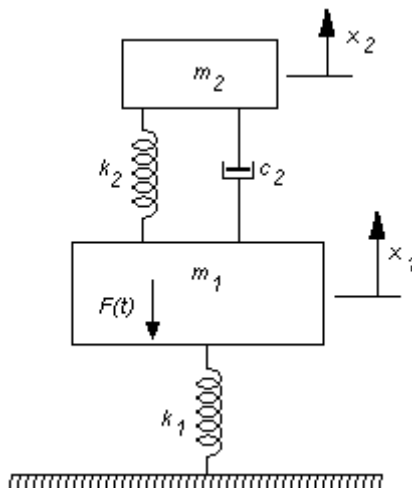


Figura 7.1 - TMD ligado a um Sistema de 1GDL

O TMD em conjunto com a estrutura da ponte pode ser analisado como um sistema de "dois grau de liberdade"(ver a Figura 7.1). A massa e a rigidez do TMD dependem da resposta dinâmica aceitável da estrutura. Quanto maior for massa do amortecedor em relação à massa de estrutura, mais baixa é a resposta dinâmica. Contudo, por razões práticas a massa do amortecedor tem um limite superior [31].

Sintonizar o TMD significa escolher os parâmetros m_2 , k_2 e c_2 por forma a que o movimento da estrutura principal seja minimizado. Se a acção actuante for sinusoidal, $F_1(t) = F_0 \sin(\omega t)$, é para tal necessário que a curva de amplificação dinâmica da massa m_1 apresente amplitudes iguais nas duas frequências de ressonância do sistema conjunto (de 2-GL) e que simultaneamente essas amplitudes correspondam aos valores mínimos possíveis.

Amortecedores Líquidos Sintonizados

Um Amortecedor Líquido Sintonizado (TLD) consiste em uma caixa, cheia de água, que é colocada na ponte. A altura do líquido exigida é estabelecida pela teoria de onda de água superficial não linear. A quebra das ondas e a viscosidade da água dissipam a energia de vibração e geram o amortecimento pretendido. Este amortecedor líquido sintonizado é fácil de

instalar e manter e necessita um nível de vibração muito baixo ao qual ele responderá, que é às vezes um problema com o TMD mecânico padrão [19].

A Figura 7.3 mostra um modelo idealizado de um TLD ligado a uma estrutura da ponte. A frequência fundamental do TLD, de acordo com a teoria linear, é

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi g}{2L} \tanh \frac{\pi H}{2L}}, \quad (7.3)$$

onde $2L$ é o comprimento da caixa e H é a altura da água na caixa. Este valor pode ser usado para ante-projecto. Para projecto são necessárias análises numéricas mais completas e experimentais [31].

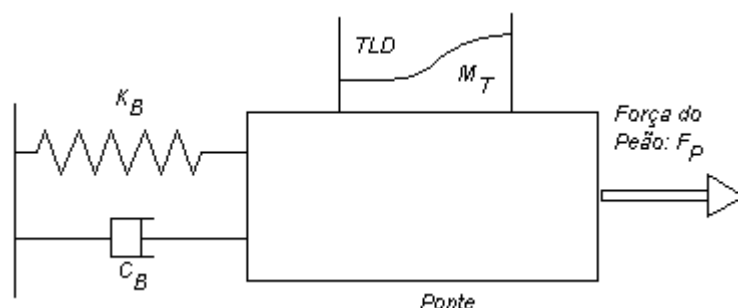


Figura 7.2 - TLD ligado a um Sistema de 1GDL [21]

Os Amortecedores Líquidos Sintonizados foram, por exemplo, usados para reduzir as vibrações laterais da “T-Bridge” no Japão (ver a [secção 1.2](#)). Foram colados dentro da viga em caixão 600 recipientes plásticos, cada um com uma dimensão de 360mmx290mm e a profundidade de água de 34mm. *Nakamura* e *Fujino* afirmam que este TLD era muito eficaz na altura da instalação. Entretanto, dez anos após a instalação, uma parte da água nas caixas tinha evaporado tendo consequentemente uma eficácia reduzida [12].

Amortecedores Viscosos

Os amortecedores viscosos aumentam a dissipação de energia da estrutura da ponte. Um amortecedor viscoso fluido dissipa a energia empurrando o líquido por um orifício, produzindo uma pressão de amortecimento que cria uma força. O amortecedor viscoso fluido apresentado na Figura 7.4 actua semelhante ao absorvedor de choque num automóvel, mas ele funciona a um nível de força muito mais alto e é significativamente maior do que um amortecedor de automóvel. A constituição de um amortecedor viscoso fluido é apresentada na Figura 7.4, que consiste num cilindro e um pistão com a cabeça de orifício. O cilindro é

enchido com o óleo de silicone. O pistão transmite energia que incorpora o sistema ao líquido no amortecedor, fazendo com que se mova dentro do amortecedor. O movimento do líquido dentro do amortecedor absorve a energia cinética convertendo-a no calor. Isto significa que a plataforma da ponte protegida por amortecedores submeter-se-á a menor movimento horizontal durante o carregamento dinâmico aplicado [34].

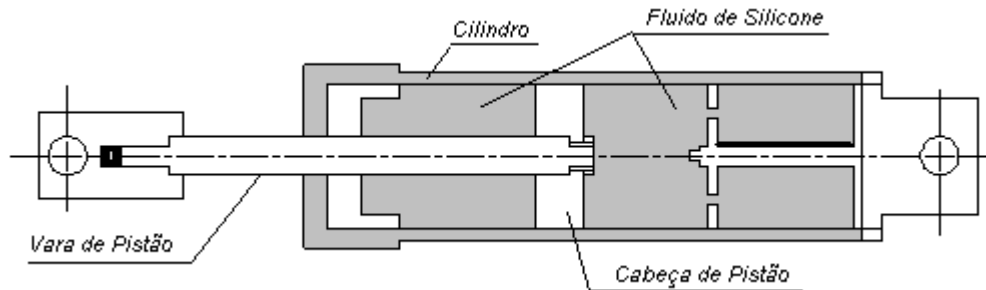


Figura 7.3 - Amortecedor Viscoso [34]

O amortecimento horizontal da “Millennium Bridge” de Londres foi inicialmente imposto por amortecedores viscosos. Após a abertura desta ponte, 37 amortecedores viscosos fluidos foram instalados na ponte, a maior parte para suprimir as vibrações laterais excessivas. Por conseguinte, a proporção de amortecimento aumentou de 0,5 % para 20 % e as acelerações próximas da ressonância foram reduzidas em aproximadamente 40 vezes [19].

8. RECOMENDAÇÕES PARA MELHORAMENTO DO PROJECTO

As directrizes de projecto de uso mais comum para melhorar a operacionalidade do passadiço podem ser divididas em duas categorias. Uma recomenda que devem ser evitadas as frequências naturais que estão na faixa que coincide com as frequências típicas para o carregamento dinâmico induzido por peões. A outra exige um cálculo da resposta dinâmica real da ponte, verificando se está dentro dos limites aceitáveis regulamentares [19].

A ressonância pode ser evitada projectando a estrutura de modo a ficar fora da faixa da frequência típica para o carregamento dinâmico induzido por ser humano. Um procedimento deste tipo foi introduzido na Secção 7.2.

Como já foi dito, as vibrações excessivas induzidas por peões e sincronização dos peões podem ser evitadas aumentando o amortecimento total da estrutura. No entanto, é preciso calcular o amortecimento necessário para se conseguir atingir este objectivo.

Newland (2004) sugeriu que a utilidade do passadiço poderia ser avaliada usando um equivalente do número Scruton[†] (usado originalmente na engenharia do vento), definida como [36]:

$$S_p = \frac{2\zeta M}{m} \quad (8.1)$$

onde

S_p = número Scruton de peões;

ζ = a taxa de amortecimento modal;

M = a massa modal, ou, para uma plataforma uniforme, massa da ponte por unidade de comprimento;

m = a massa modal do peão, ou, para uma plataforma de ponte uniforme com os peões uniformemente espaçados, massa dos peões por unidade de comprimento.

Um valor mais elevado de amortecimento e massa estrutural são benéficos, e produzem um número Scruton mais elevado. Entretanto, aumentar o número de pessoas, reduz o número Scruton. Supõe-se que isto tem a ver com a potencial instabilidade da ponte sob a multidão, embora a instabilidade no sentido vertical não pareça muito provável [36].

Newland (2004) sugeriu que o número Scruton excedesse um valor para anteprojecto de 0.27 para que o passadiço fosse estável sob carregamento pedestre, ou seja:

[†] Na engenharia do vento o é usado para estudar as amplitudes de oscilação induzidas por vórtice.

$$S_p > \alpha\beta \quad (8.2)$$

onde α é o movimento de centro de massa de uma pessoa em relação ao movimento da plataforma da ponte ($\alpha = 2/3$) e β é o factor de correlação para as pessoas individuais que sincronizam com o movimento do pavimento, que é tipicamente cerca de 0,4 [16].

Por exemplo, o número Scruton para a segunda frequência natural horizontal da “Millennium Bridge” de Londres é:

$$S_p = \frac{2 \times 0,006 \times 160,848}{32,400} = 0,060 < \alpha\beta = \frac{2}{3} \times 0,4 = 0,267, \text{ violando a exigência de ser } > 0,27.$$

O número Scruton é muito baixo e se pretendesse cumprir exigência, a taxa do amortecimento modal teria que ser [16]:

$$S_p = \frac{2\zeta \times 160,848}{32,400} > 0,267 \Rightarrow \zeta > 0,027$$

Isto é, o amortecimento no segundo modo de vibração da ponte deveria ser $\geq 2,7\%$.

Outra exigência apresentada por *Dallard et al.* [25], no projecto preliminar é a seguinte verificação para o amortecimento:

$$\zeta > \frac{1}{L} \int_0^L \left(\phi^2 \times \frac{nk}{4\pi fM} \right) dx \quad (8.3)$$

onde,

L = comprimento da ponte;

n = número de pessoas a atravessar a ponte;

M = massa modal da ponte;

ϕ = formas de modos

K = constante dependente das características da ponte.

Por exemplo, a taxa de amortecimento modal exigida para a segunda frequência natural horizontal da “Millennium Bridge” é calculada como:[‡]

$$\zeta > \frac{nk}{8 \pi f M} = \frac{576 \times 0,300}{8\pi \times 0,971 \text{ Hz} \times 160,848} = 0,044 \quad (8.4)$$

Conclui-se que, neste caso, o critério proposto por Dallard é mais severo do que o critério proposto por Newland.

[‡] Na “Millennium Bridge” foi considerado $k=300 \text{ N/s} = 0,300 \text{ kN/s}$.

9. AUMENTO DA RIGIDEZ DA PONTE EM ESTUDO

Tendo em conta as condicionantes para intervenção no passadiço em estudo, a introdução do amortecedor mecânico não foi adoptada devido à sua complexidade e dificuldade na sua localização (na estrutura) de modo a ser suficientemente eficiente. Também o aumento da massa não seria uma boa hipótese uma vez que esta teria como consequência directa a redução da frequência natural da estrutura, o que faria com que a ponte em estudo ficasse mais exposta ao fenómeno de ressonância. Daí, a opção pelo aumento da rigidez.

Para que se evitasse um aumento considerável da massa do passadiço, optou-se por reforço do tabuleiro com perfil metálico de secção quadrada oca, com a dimensão 100x100x4 (mm). O reforço foi sobretudo nas consolas, transferindo o carregamento nas consolas directamente para os apoios (nos “cachoros” dos pilares), como está representado na figura 9.1.

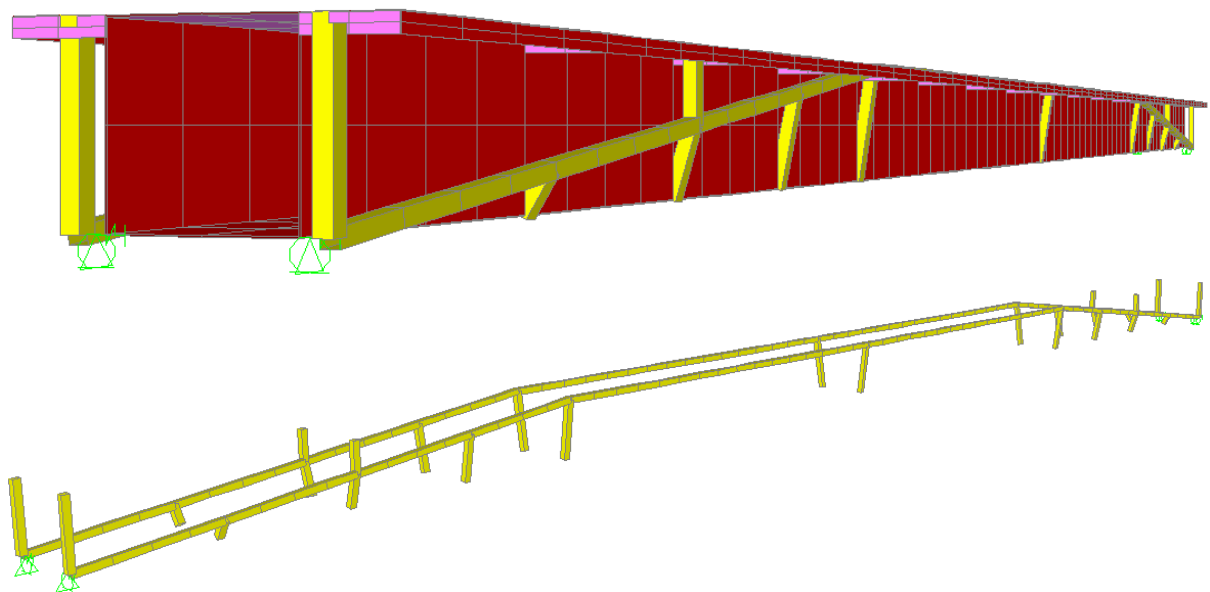


Figura 9.1 - Modelo da Estrutura Reforçada e Esquema do Reforço utilizado

O método para a análise dinâmica da estrutura é idêntico ao utilizado na secção [6.2.1](#).

9.1 RESULTADOS OBTIDOS

Nas Tabelas 9.1 e 9.2 são apresentados os resultados obtidos para os primeiros quatro modos de vibração da estrutura.

Modo	Período (s)	Frequência f (Hz)	Frequência (rad/sec)	Eigenvalue (rad ² /s ²)
1	0.30	3.32	20.90	436.99
2	0.20	5.01	31.50	992.53
3	0.18	5.58	35.06	1228.80
4	0.15	6.51	40.93	1675.00
5	0.14	7.09	44.56	1985.50
6	0.14	7.09	44.57	1986.00
7	0.14	7.32	46.02	2118.10
8	0.13	7.79	48.97	2397.70
9	0.13	7.83	49.17	2417.50
10	0.12	8.07	50.71	2571.90
11	0.12	8.28	52.05	2709.50
12	0.12	8.34	52.41	2747.10
13	0.11	8.79	55.25	3052.10
14	0.10	10.39	65.27	4260.50
15	0.10	10.46	65.74	4321.10
16	0.09	10.76	67.60	4569.90
17	0.09	10.93	68.64	4711.80
18	0.09	11.37	71.44	5103.30
19	0.08	12.10	76.05	5783.50
20	0.08	12.32	77.42	5994.50

Tabela 9.1 - Períodos e frequências dos vários modos de vibração

Modo	Frequência (Hz)	UX (%)	UY (%)	UZ (%)	ΣUX (%)	ΣUY (%)	ΣUZ (%)	RX (%)	RY (%)	RZ (%)	ΣRX (%)	ΣRY (%)	ΣRZ (%)
1	3.32	0.000	98.551	0.000	0.000	98.551	0.000	39.697	0.000	74.091	39.697	0.000	74.091
2	5.01	0.000	0.000	58.054	0.000	98.551	58.054	23.783	42.780	0.000	63.480	42.780	74.091
3	5.58	0.000	1.256	0.000	0.000	99.807	58.054	11.693	0.000	0.944	75.174	42.780	75.035
4	6.51	0.124	0.000	0.000	0.124	99.807	58.054	0.000	7.155	0.000	75.174	49.935	75.035
5	7.09	0.001	0.000	0.000	0.124	99.807	58.054	0.000	0.499	0.000	75.174	50.433	75.035
6	7.09	0.000	0.000	0.549	0.124	99.807	58.603	0.224	0.405	0.000	75.397	50.838	75.035
7	7.32	0.000	0.000	0.000	0.124	99.807	58.603	0.000	0.000	0.119	75.397	50.838	75.155
8	7.79	0.000	0.012	0.000	0.124	99.819	58.603	0.177	0.000	0.009	75.575	50.838	75.163
9	7.83	0.000	0.000	0.000	0.124	99.819	58.603	0.000	0.000	0.059	75.575	50.838	75.223
10	8.07	0.000	0.042	0.000	0.124	99.861	58.603	1.115	0.000	0.031	76.690	50.838	75.254
11	8.28	0.053	0.000	0.000	0.177	99.861	58.603	0.000	5.137	0.000	76.690	55.975	75.254
12	8.34	0.000	0.000	11.893	0.177	99.861	70.496	4.872	8.764	0.000	81.561	64.739	75.254
13	8.79	0.000	0.000	0.000	0.177	99.861	70.496	0.000	0.000	0.813	81.561	64.739	76.067
14	10.39	0.000	0.004	0.000	0.177	99.865	70.496	0.079	0.000	0.003	81.640	64.739	76.070
15	10.46	0.111	0.000	0.000	0.289	99.865	70.496	0.000	1.452	0.000	81.640	66.191	76.071
16	10.76	0.000	0.000	0.000	0.289	99.865	70.496	0.000	0.000	0.911	81.640	66.191	76.982
17	10.92	0.000	0.000	1.781	0.289	99.865	72.278	0.730	1.313	0.000	82.371	67.504	76.982
18	11.37	0.000	0.001	0.000	0.289	99.866	72.278	0.019	0.000	0.000	82.389	67.504	76.982
19	12.10	0.000	0.105	0.000	0.289	99.971	72.278	0.225	0.000	0.079	82.614	67.504	77.061
20	12.32	0.000	0.000	14.759	0.289	99.971	87.036	6.048	10.876	0.000	88.662	78.379	77.061

Tabela 9.2 - Participação de massas nos vários modos de vibração

10. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

A seguir apresenta-se uma breve comparação dos resultados obtidos nas análises do passadiço existente sem o aumento da rigidez e com o aumento da rigidez.

Modo	Estrutura inicial			Estrutura reforçada			Limites de f (Hz)			
	Rigidez (kN/m)	f (Hz)	Cofiguração Modal	Rigidez (kN/m)	f (Hz)	Cofiguração Modal	BS5400, 1978	OHBDC 83	EN-1990	SSS 160, 1989
1°	126	1.79	Transversal	435	3.32	Transversal	≥ 1.5	≥ 4.0	≥ 2.5	f ∉ [1.6,2.4]
2°	439	3.33	Vertical	1252	5.01	Vertical	≥ 5.0	-	≥ 5.0	f ∉ [2.4,3.5]
3°	921	4.83	Torsional	1416	5.58	Torsional	-	-	≥ 2.5	-
4°	1439	6.04	Torsional	1991	6.51	Torsional	-	-	≥ 2.5	-

Tabela 10.1 - Comparação das frequências naturais

Com o aumento da rigidez da estrutura não se alterou o tipo de vibração, mas as frequências subiram consideravelmente, satisfazendo assim, as exigências das normas BS5400, 1978; EN-1990 e SSS 160, 1989.

Estrutura / Código	Resultado / Limite de Deslocamento (mm)		Resultado / Limite de Aceleração (m/s ²)	
	Vertical	Transversal	Vertical	Transversal
Estrutura inicial	-13.67	2.40	2.2076	0.3688
Estrutura Reforçada	10.12	1.75	-0.7016	0.1966
BS5400, 1978	-	-	≤ 0.67	-
OHBDC 83	-	-	≤ 0.70	-
EN-1990	≤ 10.0	≤ 2.0	≤ 0.70	≤ 0.20
ISSO 10137	-	-	≤ 0.36	≤ 0.18

Tabela 10.2 - Comparação dos deslocamentos e acelerações máximos

Pode-se verificar que o aumento da rigidez foi muito eficaz relativamente ao deslocamento máximo transversal, que baixou para nível inferior ao limite preconizado na norma EN.1990, e reduziu consideravelmente a flecha máxima vertical.

Esta solução fez com que as acelerações máximas transversal e vertical se enquadrem dentro dos limites estipulados pela norma EN-1990.

CONCLUSÃO

No presente trabalho, abordou-se o problema das vibrações induzidas por acção humana sobre pontes pedonais, tendo primeiramente sido elaborada um panorama de passadiços construídos ao longo dos tempos.

Foi analisada literatura técnica disponível e, em particular, os códigos tais como British Standard (BS5400), 1978; Ontario Highway Bridge Design Code (OHBDC), 1983; Eurocódigo 0, EN-1990; EN 1995-2:2004 – Anexo B; Hong Kong Structures Design Manual for Highways and Railways, 2002; ISO 10137, 2005; Swiss Standard SIA 160 (SSS160), 1989; American Guide Specification, 1997.

Modos possíveis de mitigar vibrações excessivas, em particular usando dispositivos mecânicos, foram descritos.

Como caso de estudo foi escolhida uma passagem pedonal situada em Lisboa sobre a 2ª Circular e que dá acesso ao Centro Comercial Colombo por se saber que tem oscilações que causam desconforto.

As acções pedonais foram geradas baseadas no código ISO 10137, tendo-se introduzido no programa de cálculo automático SAP2000.

A passagem, tal como construída, mostrou as seguintes deficiências:

- As frequências naturais dentro do intervalo a evitar (normas: BS5400; EN-1990; e SSS160, 1989);
- Os deslocamentos transversais e verticais acima dos limites da norma EN-1990;
- As acelerações transversais e verticais superiores aos limites recomendados nas normas ISO10137 e EN-1990.

Propôs-se modificação da estrutura de modo a alterar as frequências naturais e afastá-las do intervalo de frequências [1.4; 3.2]Hz, aumentando a sua rigidez através do reforço da estrutura do tabuleiro. Obteve-se uma resposta satisfatória, tendo as frequências mudadas de [1.79; 6.67]Hz para [3.33; 7.09]Hz.

Os deslocamentos e as acelerações também baixaram para níveis que se enquadram nos limites estipulados pelas normas.

A experiência com a dissertação merece ser continuada, fazendo avaliações experimentais das vibrações de pontes pedonais para contrastar com as obtidas pelo modelo matemático e introduzindo na modelação computacional das matrizes de rigidez e de amortecimento a representação de amortecedores, incluindo TMDs.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Ferreira, Evanina. “Passadiços Prefabricados de Betão – concepção e Projecto”. Tese de Mestrado, Univ. Minho, 2001.
- [2] Peters, Tom F; Transitions in Engineering: Guillaume Henri Dufour and the Early 19th Century Cable Suspension Bridges, Birkhauser, 1987.
- [3] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Pont_de_la_Basse-Cha%C3%A9ne_\(Angers\)](http://fr.wikipedia.org/wiki/Pont_de_la_Basse-Cha%C3%A9ne_(Angers)), 2008
- [4] http://materials.open.ac.uk/about_us/29-2-177.pdf , 2008
- [5] <http://bridges.lib.lehigh.edu/bridges.html>, 2008
- [6] <http://www.nationalroad.us/wpe1F.gif> , 2008
- [7] <http://www.wvexp.com/index.php/Image:Wheeling-Suspension-Bridge.jpg>, 2008
- [8] Billah, K.; R. Scanlan (1991). "Resonance, Tacoma Narrows Bridge Failure, and Undergraduate Physics Textbooks (PDF). American Journal of Physics 59 (2): 118–124.
- [9] PH Coll. 290.25 University of Washington Libraries. Manuscripts, Special Collections, University Archives Division.
- [10] Bashford and Thompson Photo. PH Coll. 290.36 University of Washington Libraries. Manuscripts, Special Collections, University Archives Division.
- [11] Roberts, T.M. Probabilistic pedestrian lateral excitation of bridges. Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Bridge Engineering 158, June 2005, pages 53-61.
- [12] Nakamura, S-I. Lateral vibration on a pedestrian cable-stayed bridge. IABSE Journal of Structural Engineering International, volume 12, no. 4, 2002, pages 295-300.
- [13] Nakamura, S-I. Model for Lateral Excitation of Footbridges by Synchronous Walking. ASCE Journal of Structural Engineering, January 2004, pages 32-37.
- [14] Dallard, P., Fitzpatrick, A.J., Flint, A., Le Bourva, S., Low, A., Ridsdill Smith, R.M. and Willford, M. The London Millennium Bridge. The Structural Engineer Volume 79/No 22, November 2001, pages 17-33.
- [15] en.structurae.de/index.cfm. Structurae: International Database and Gallery of Structures. 2005-06-20.

- [16] Hauksson, Fjalar. “Dynamic Behaviour of Footbridges Subjected to Pedestrian-Induced Vibrations,” Master’s Dissertation, Lund University, 2005.
- [17] Chagas, Ana Cristina. “Análise Dinâmica de Pontes Pedonais”. Tese de Mestrado, IST, 2007.
- [18] Moutinho, C. “Controlo passivo e activo de vibrações em pontes pedonais”. Tese de Mestrado, FEUP, 1998.
- [19] Zivanovic, S., Pavic, A., and Reynolds, P. Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review. *Journal of Sound and Vibration* 279 (2005).
- [20] Stoyanoff, Stoyan Hunter, Mark; Byers, David D. – “Human-Induced Vibrations on Footbridges”, International Conference of Footbridges, Paris, 2002.
- [21] Bachmann, Hug. “Lively Footbridges – A Real Challenge”, International Conference of Footbridges, Paris, 2002.
- [22] Bachmann, H. Lively Footbridges a Real Challenge. *Proceedings of the International Conference on the Design and Dynamic Behaviour of Footbridges*, Paris, France, November 20-22, 2002, pages 18-30.
- [23] Maguire, J.R. & Wyatt, T.A. (2002) *Dynamics. An introduction for civil and structural engineers*. Thomas Telford. Second Edition. London, UK.
- [24] Willford, M. Dynamic actions and reactions of pedestrians. *Proceedings of the International Conference on the Design and Dynamic Behaviour of Footbridges*, Paris, France, November 20-22, 2002, pages 66-74.
- [25] Fitzpatrick, T., Dallard, P., Le Bourva, S., Low, A., Ridsdill Smith, R. and Willford, M. *Linking London: The Millennium Bridge*. The Royal Academy of Engineering. June 2001.
- [26] Dinis da Gama, Carlos; Paneiro, Gustavo Incomodidade Humana Perante as Vibrações e sua Caracterização Absoluta e Relativa, Centro de Geotecnia, IST, 2007.
- [27] <http://global.ihs.com/news/temp/standards/AISC.html>, 2008.
- [28] Allen, David E.; Rainer, J.H.; *Vibration Criteria for Long-Span Floors*; *Canadian Journal of Civil Engineering*; Vol. 3, nº 2, Junho de 1976.

- [29] Rainer, J.H. Bachmann, H; Pretlove, A.J.; Vibration Problems in Structures – Practical Guidelines , Cap 1 Vibrations Induced by People, Brirkhermer edition, Dezembro de 1995.
- [30] Vinagre, João Carlos. “Análise Dinâmica de Pontes para Peões”, Tese de Mestrado, IST, Lisboa, 1989.
- [31] Weber, B. Damping of Vibrating Footbridges. Proceedings of the International Conference on the Design and Dynamic Behaviour of Footbridges, Paris, France, November 20-22, 2002, pages 196-207.
- [32] Breukelman, B. Damping Systems. RWDI Technotes, issue no. 10. www.rwdi.com.
- [33] Den Hartog, J.P. Mechanical Vibrations. McGraw-Hill, New York, 1940.
- [34] Constantinou, M. Application of Fluid Viscous Dampers to Earthquake Resistant Design. Research Accomplishments, 1986-1994. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research, September 1994, pages 73-80.
- [35] Clough R.W., Penzien J., Dynamics of Structures, McGraw-Hill Inc, Second edition, 1993.
- [36] Zivanovic, S. Vibration serviceability of a footbridge under vertical pedestrian load, 2004.
- [37] Wheeler, J.E. Prediction and Control of Pedestrian Induced Vibration in Footbridges, J. Struct. Div. ASCE, vol. 108, 1982.
- [38] ISO, Bases for design of structures Serviceability of buildings and pedestrian walkways against vibration, ISO/CD 10137, International Standardization Organization, Geneva, Switzerland, 2005.

ANEXOS

Anexo I – Modelação da rigidez, K

Consideram elementos de barra de comprimento, L , com momento de inércia, I , e E como módulo de elasticidade do material (figura 5.1).

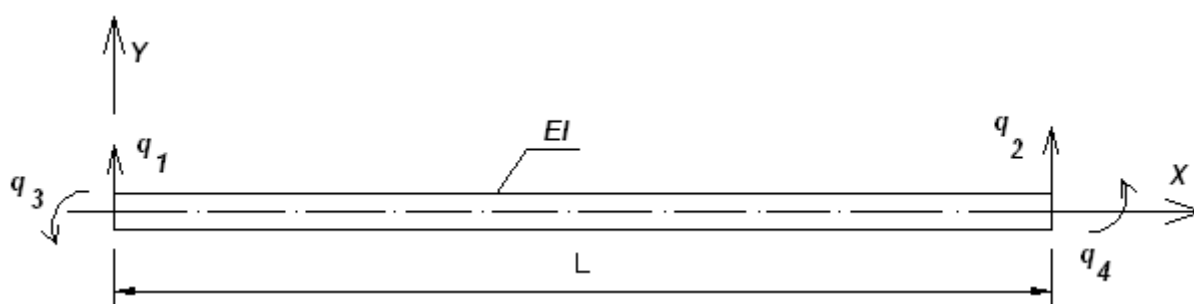


Figura 0.1 - Elemento barra, características geométricas e deslocamentos admissíveis

Admitindo apenas os deslocamentos transversais no plano **XY** (desprezando a deformabilidade axial) o elemento apresenta dois graus de liberdade por nó (rotação de deslocamento vertical). As forças que ocorrem nos nós devidas a um deslocamento nodal unitário quando os restantes se encontram impedidos, por definição, são representados pelos coeficientes de rigidez do elemento. Pode-se recorrer ao Princípio de Trabalhos Virtuais (**PTV**) para calcular estes coeficientes. [30]

Assim:

$$k_{ij} = \int_0^L EI [\psi_i''(x) \times \psi_j(x)] dx \quad (10)$$

onde k_{ij} representa a força segundo o deslocamento i devido a um deslocamento unitário segundo j ;

$\psi_i''(x)$ e $\psi_j''(x)$ são curvaturas da deformada do elemento devido aos deslocamentos unitários segundo i e j , respectivamente.

É necessária a definição das equações das deformadas para resolver a equação (10). As equações das deformadas são definidas adoptando-se, geralmente, polinómios cúbicos que satisfaçam as condições de fronteira do elemento. A matriz de rigidez do elemento de barra resulta da equação

$$K_{elem} = EI \begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & -\frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} & -\frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} \\ -\frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} & \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} & -\frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} \end{bmatrix}$$

Uma vez calculadas as matrizes de rigidez dos vários elementos em que foi subdividida a estrutura, e tendo em atenção a localização e orientação dos mesmos, obtém-se a matriz de rigidez global a partir do correcto espalhamento dos coeficientes das matrizes elementares.

Por condensação estática da matriz de rigidez calculada, ou por inversão da matriz flexibilidade que se obtém quando se impõem as condições de apoio, resulta a matriz de rigidez global condensada nos graus de liberdade permitidos. [30]

Anexo II – Introdução da acção do peão no SAP2000

O Procedimento para a simulação da passagem de peões sobre uma estrutura, no programa SAP2000, foi conforme a seguir se descreve:

1. Em primeiro lugar, foi necessário definir com alguma precisão as “funções de carga tipo”. Para isso, inseriu-se a Figura 2.8 no programa Autocad e sobre os vários diagramas desenharam-se “polylines” compostas por vários segmentos de recta de curta dimensão, sendo que o grau de aproximação obtido é função do comprimento desses segmentos de recta. Seguidamente, utilizou-se o comando “List” para se conhecerem as coordenadas X e Y de cada ponto em relação à origem do referencial. Previamente transferiu-se a origem do referencial do Autocad para o ponto inicial de cada “polyline”, através do comando “UCS”, para que os valores das coordenadas obtidas fossem as correctas.

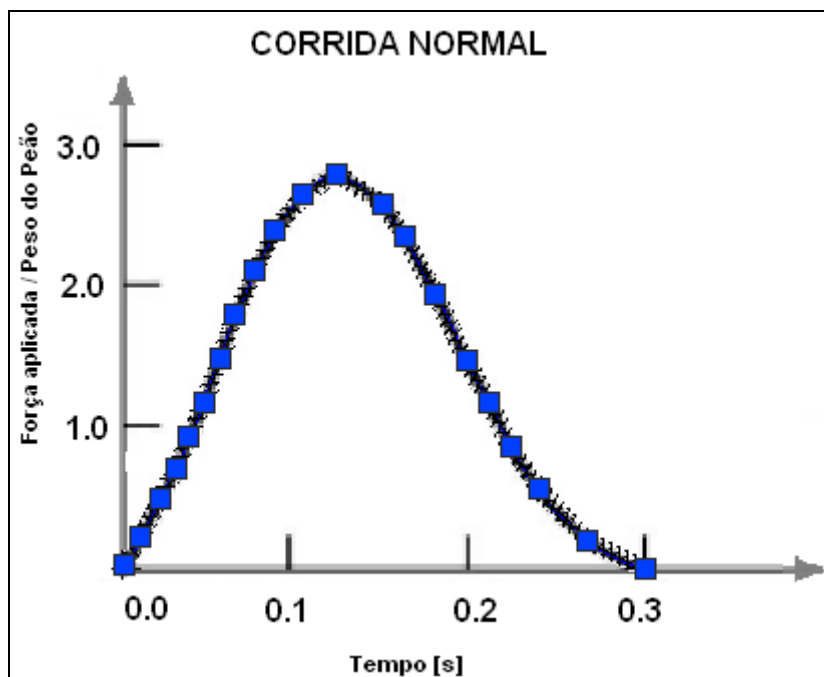


Figura 0.2 - Coordenadas dos pontos da função de carga obtidos com a aproximação da curva por uma sucessão de elementos rectos no Autocad

2. De seguida, passam-se as coordenadas obtidas para o Excel para se proceder ao seu acerto de acordo com os seus eixos originais, afectando as funções de carga por factores de escala horizontais e verticais.
3. A listagem das coordenadas finais foi transformada num documento de texto (.txt), sendo que as coordenadas *X* aparecem na primeira coluna e as coordenadas *Y* aparecem na segunda coluna de valores.
4. Já dentro do SAP2000, primeiro procede-se à aplicação das cargas nas respectivas posições. Deste modo, para cada tipo de movimento, calculou-se quantos passos seriam necessários para o peão atravessar a ponte toda (uma vez que se conhece o comprimento de cada passada), e procedeu-se à aplicação de uma carga com componente vertical igual ao peso do peão (considerou-se um peão tipo de 0,7kN) e com o sentido da gravidade, uma componente lateral e outra longitudinal com os valores calculados segundo o proposto por *Willford; 2002[17]*. Esta carga é aplicada em nós espaçados de *d* metros (em que *d* é igual ao comprimento da passada do movimento), sendo que cada carga deve ter um nome diferente, de modo a ser possível definir um tempo de actuação também diferente para cada uma. Para todos os movimentos, as cargas foram aplicadas em todo o comprimento da ponte.
5. De seguida, importou-se a listagem de coordenadas das funções de carga para o SAP2000, através dos comandos Define/Functions/Time History/Function from file/Doc.txt. Nos

parâmetros da caixa de texto que aparece deve escolher-se a opção que transforma a primeira coluna de valores em tempo e a segunda coluna nos valores correspondentes da função para esses instantes (“Time and Function Values”), e para o formato da função o tipo livre (“Free Format”). Quando se carregar no botão “Display Graph” aparecerá uma função semelhante à que se desenhou no Autocad.

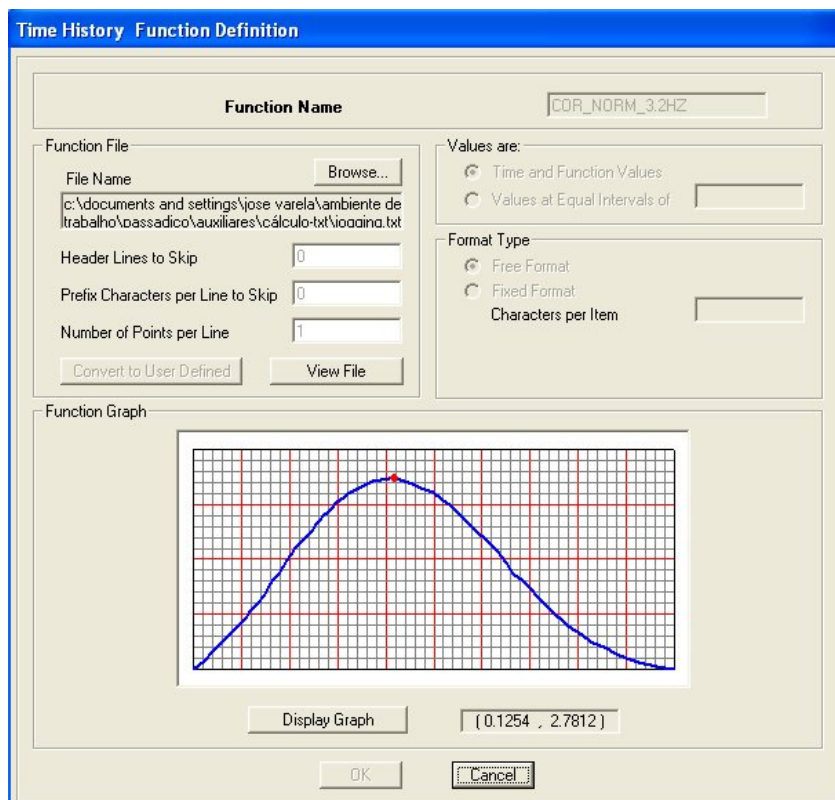


Figura 0.3 - Definição das funções “Time History”

6. Neste ponto, definiu-se um tipo de análise no programa que permita a introdução de todos os outros parâmetros que importam para modelar adequadamente este tipo de acção. Para cada movimento definiu-se, então, uma “Analysis Case” em Define/Analysis Cases. Nos vários campos de preenchimento indicaram-se as opções adequadas:

- No campo “Analysis Case Type” escolheu-se a opção: “Time History”;
- No campo “Analysis Type” escolheu-se a opção: “Linear”;
- No campo “Time History Type” escolheu-se a opção: “Modal”;
- No campo “Time History Motion Type” escolheu-se a opção: “Transient”;
- No campo “Use Modes from Case” escolheu-se a opção: “Modal”;

No que respeita à opção “Loads Applied” é necessário conhecer os seguintes parâmetros devendo, para isso, estar seleccionada a opção “Show Advanced Load Parametres”:

- “Load Type”: “Load”;

-
- “Load Name”: Escolheu-se a carga “passo n ”, em que n é o número do passo;
 - “Function”: Escolheu-se a “Time Function” definida no ponto 5 para o movimento em causa;
 - “Scale Factor”: Tendo em conta a fórmula (6.1) apresentada anteriormente, é possível definir a relação entre a força aplicada e o peso do peão para cada movimento estudado. Deste modo, escolhe-se um factor de escala que transforme a coordenada Y do ponto máximo da “Time History” nos valores de FA dados pela referida fórmula;
 - “Time Factor”: Neste campo, escolhe-se um factor de escala que relacione a coordenada X (tempo) do último ponto da “Time History” com o tempo de contacto entre o pé e o pavimento (TC) para o movimento em estudo, calculado pela fórmula (6.2);
 - “Arrival Time”: Recorrendo à fórmula (6.3), é possível definir o instante em que ocorre o contacto entre o pé e o pavimento, para cada passo. Assim, por exemplo, para o “passo 1” o instante de chegada da função será igual a 0; para o “passo 2”, será igual a $0+TP$; para o “passo 3”, será igual a $0+TP+TP$ e assim sucessivamente;
 - “Coord Sys”: “Global”;
 - “Angle”: Igual a 0;
 - “Time Step Data”: Neste campo define-se o tempo de gravação de registos. Portanto, é necessário indicar o número de registos a efectuar (“Number of Output Time Steps”) e o tamanho de cada registo (“Output Time Step Size”), o que permitirá posteriormente conhecer a resposta da estrutura em cada instante.
 - “Modal Damping”: Considerou-se o valor de 0,002 para o coeficiente de amortecimento da estrutura.

Analysis Case Data - Linear Modal History

Analysis Case Name: COR_NORM_3.2HZ Set Def Name Notes: Modify/Show... Analysis Case Type: Time History

Initial Conditions:
☒ Zero Initial Conditions - Start from Unstressed State
☐ Continue from State at End of Modal History: []
Important Note: Loads from this previous case are included in the current case

Modal Analysis Case:
 Use Modes from Case: MODAL

Analysis Type:
☒ Linear ☐ Nonlinear
☒ Modal ☐ Direct Integration

Time History Motion Type:
☒ Transient ☐ Periodic

Loads Applied

Load Type	Load Name	Function	Scale Factor	Time Factor	Arrival Time	Coord Sys	Angle
Load	P1	COR_NDF	2.767	0.1853	0.	GLOBAL	0.
Load	P2	COR_NDF	2.767	0.1853	0.313	GLOBAL	0.
Load	P3	COR_NDF	2.767	0.1853	0.6259	GLOBAL	0.
Load	P4	COR_NDF	2.767	0.1853	0.9389	GLOBAL	0.
Load	P5	COR_NDF	2.767	0.1853	1.2519	GLOBAL	0.
Load	P6	COR_NDF	2.767	0.1853	1.5648	GLOBAL	0.

☒ Show Advanced Load Parameters Add Modify Delete

Time Step Data:
 Number of Output Time Steps: 200
 Output Time Step Size: 0.1

Other Parameters:
 Modal Damping: Constant at 3.000E-03 Modify/Show... OK Cancel

Figura 0.4 - Janela de definição de uma "Analysis Case"

Anexo III – Representações gráficas dos deslocamentos e acelerações

Deslocamentos – "Jogging"

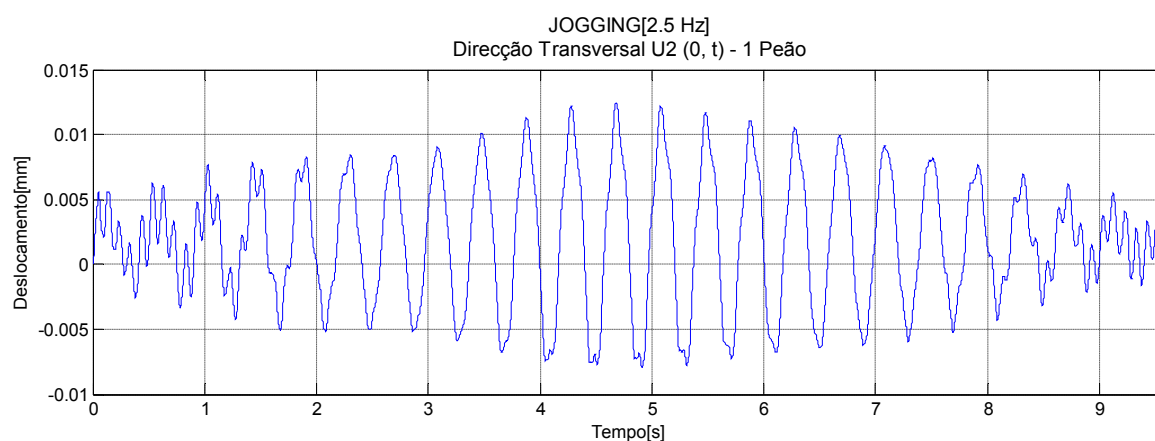


Figura 0.5 - Deslocamentos no apoio segundo a direcção transversal em função do tempo

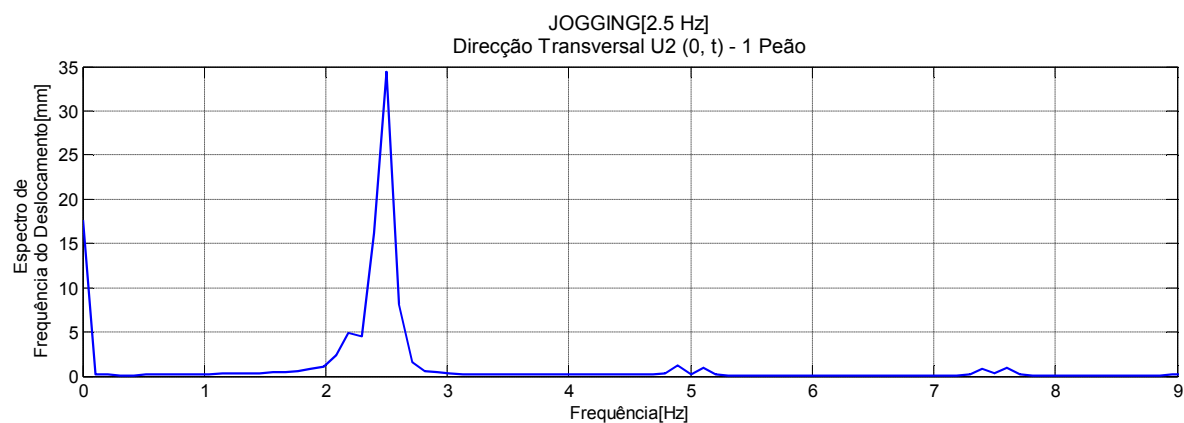


Figura 0.6 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

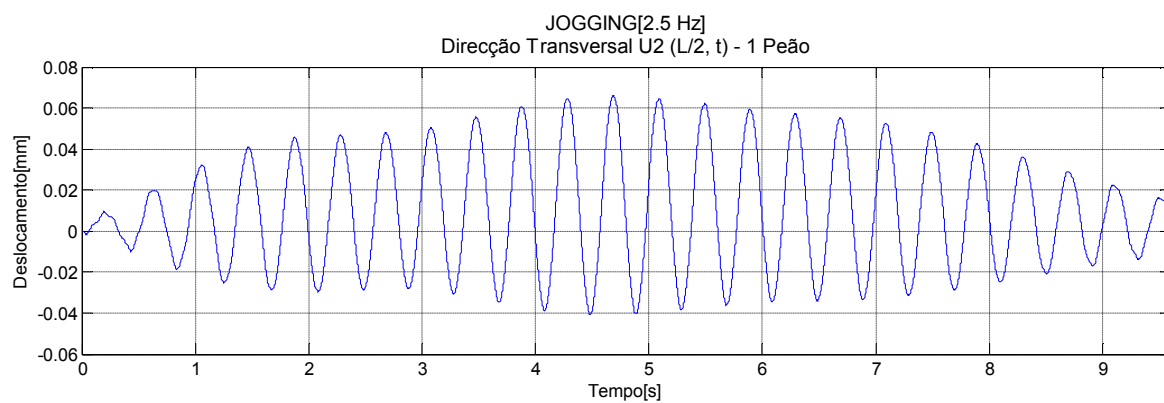


Figura 0.7 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção transversal em função do tempo

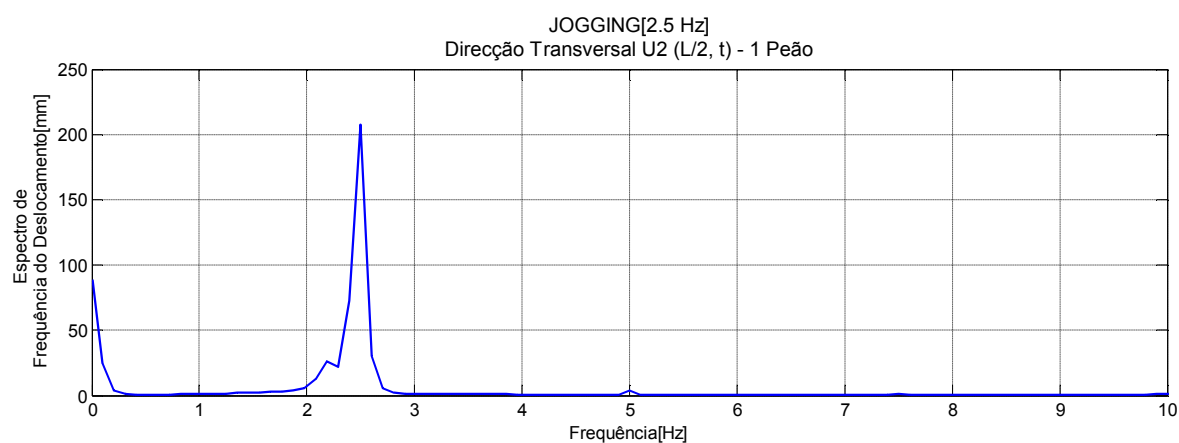


Figura 0.8 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

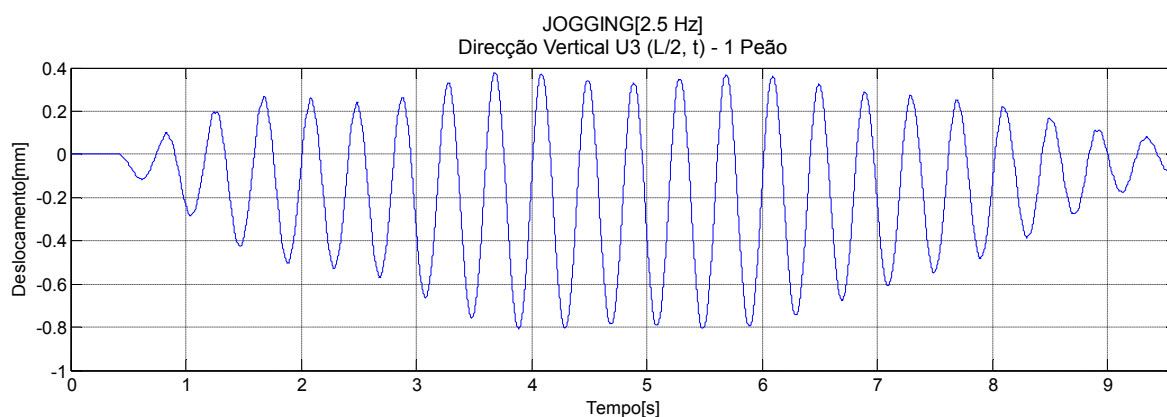


Figura 0.9 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção vertical em função do tempo

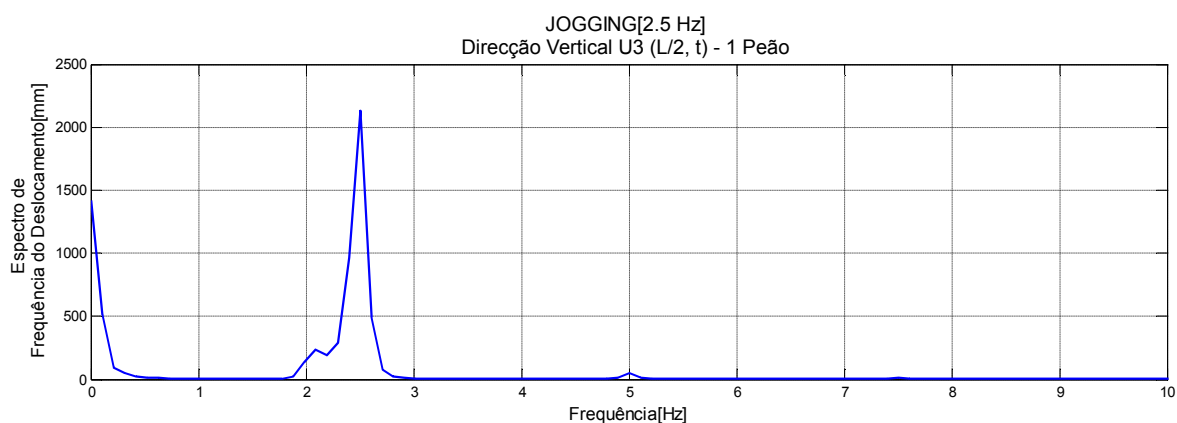


Figura 0.10 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

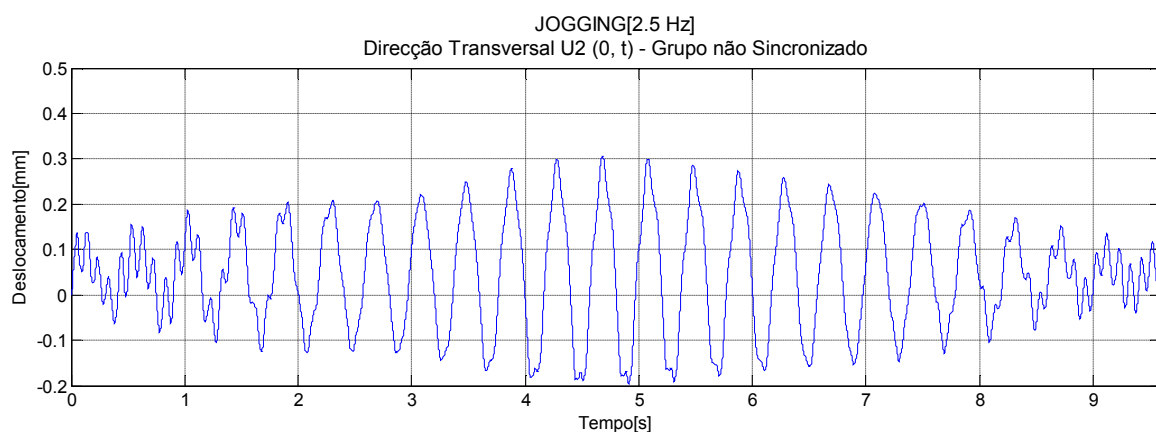


Figura 0.11 – Deslocamentos no apoio segundo a direcção transversal em função do tempo

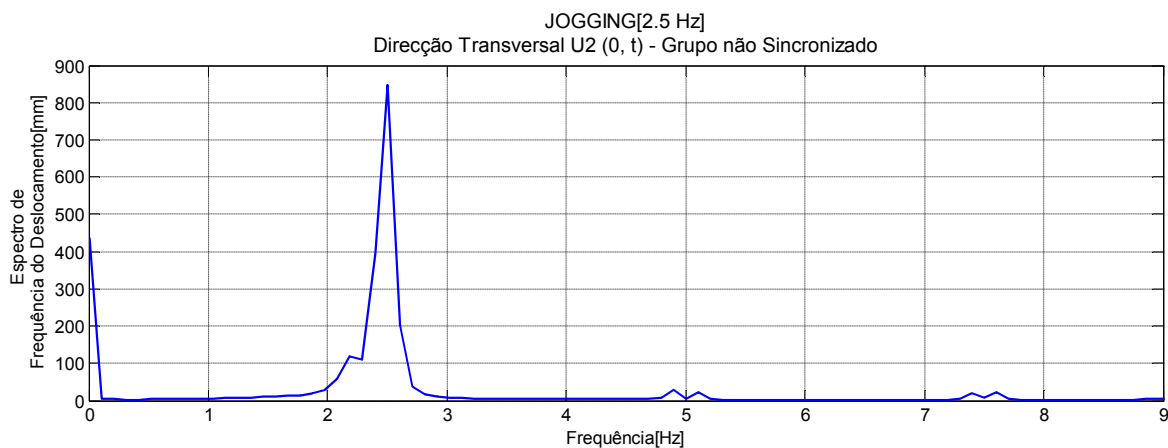


Figura 0.12 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

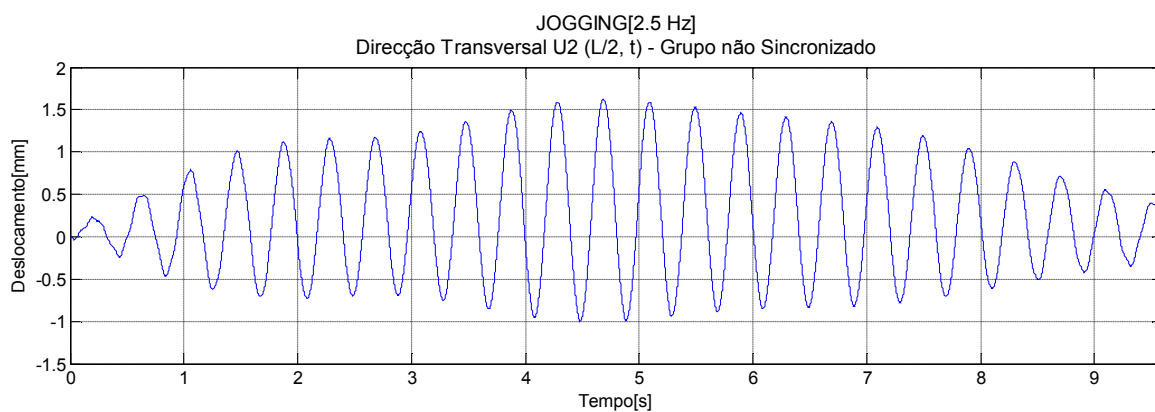


Figura 0.13 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção transversal em função do tempo

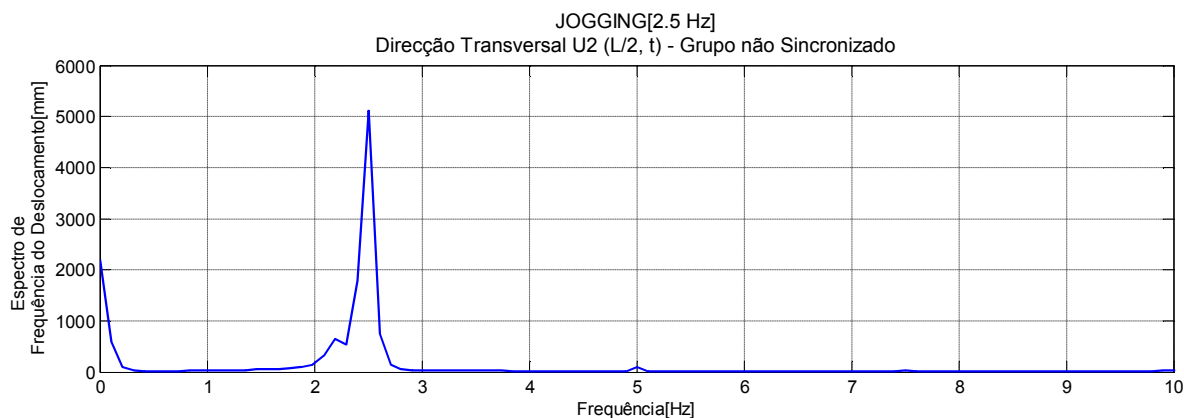


Figura 0.14 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

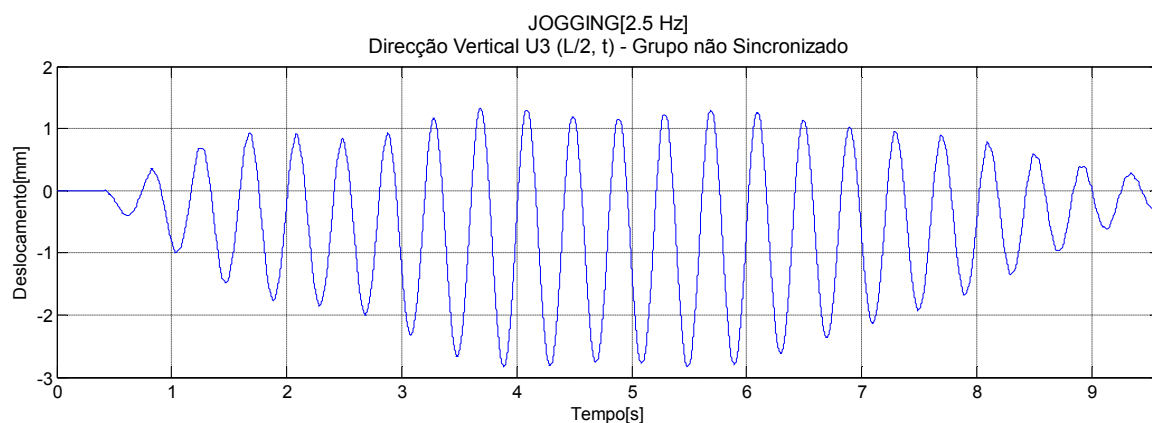


Figura 0.15 - Deslocamentos a 1/2 vão segundo a direcção vertical em função do tempo

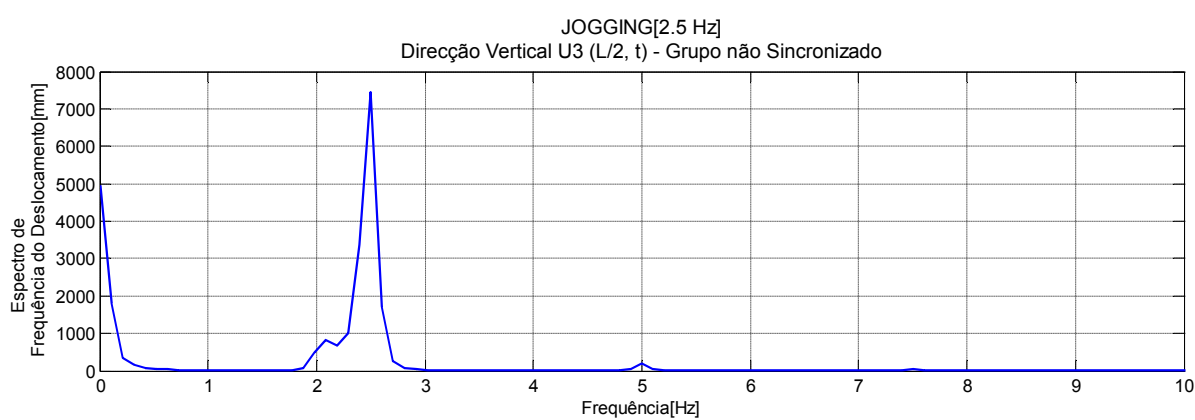


Figura 0.16 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

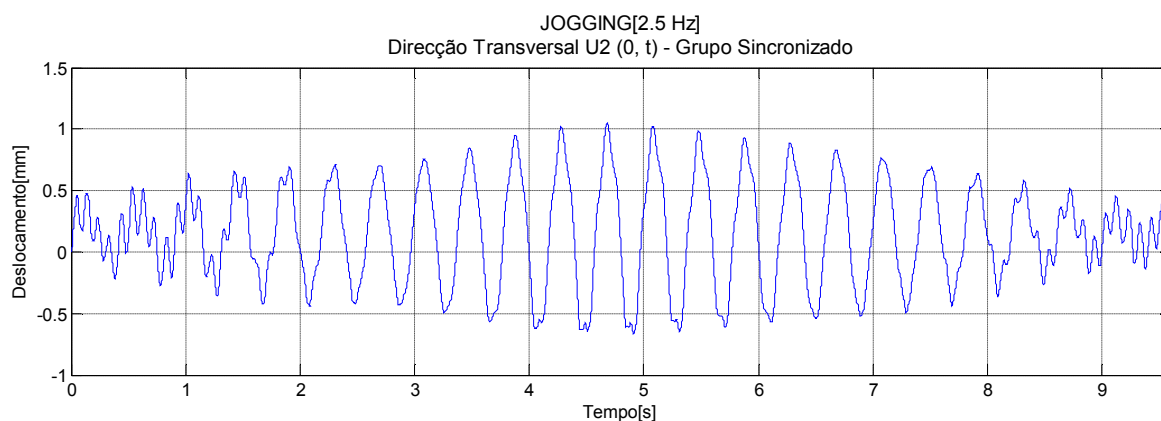


Figura 0.17 - Deslocamentos no apoio segundo a direcção transversal em função do tempo

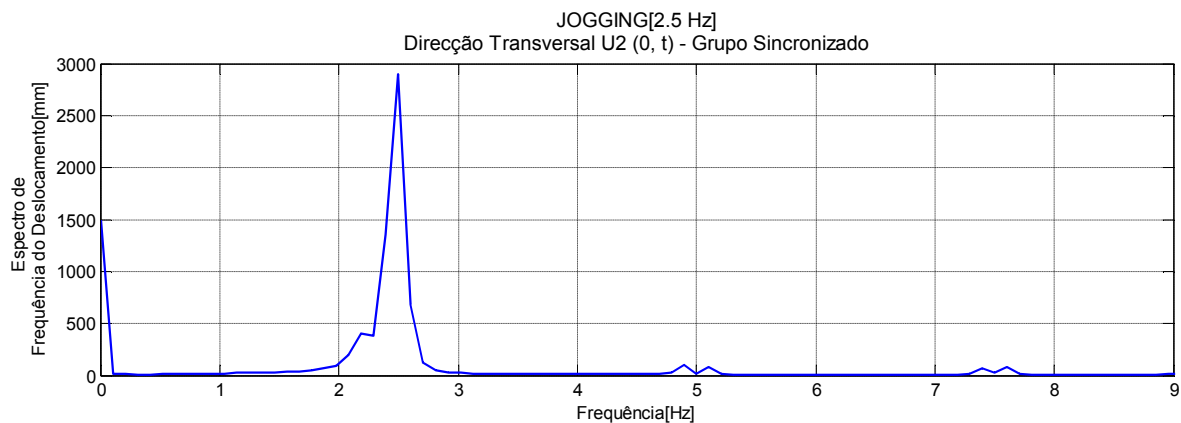


Figura 0.18 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

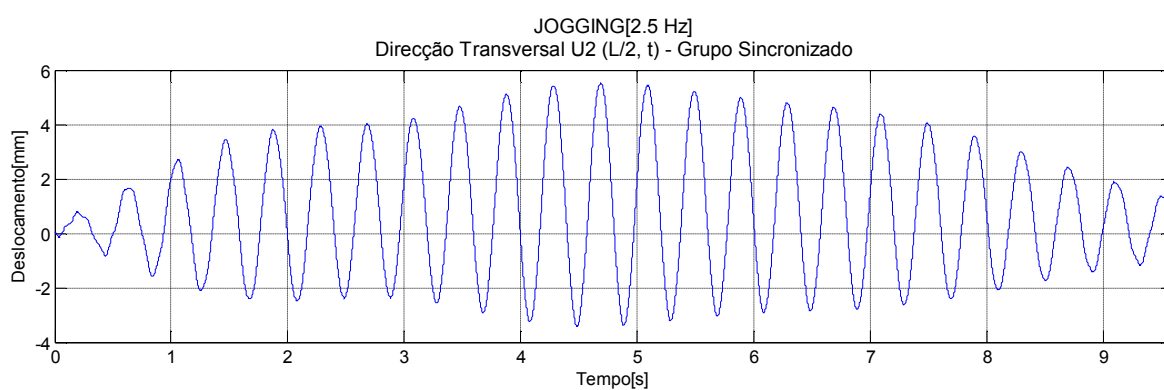


Figura 0.19 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção transversal em função do tempo

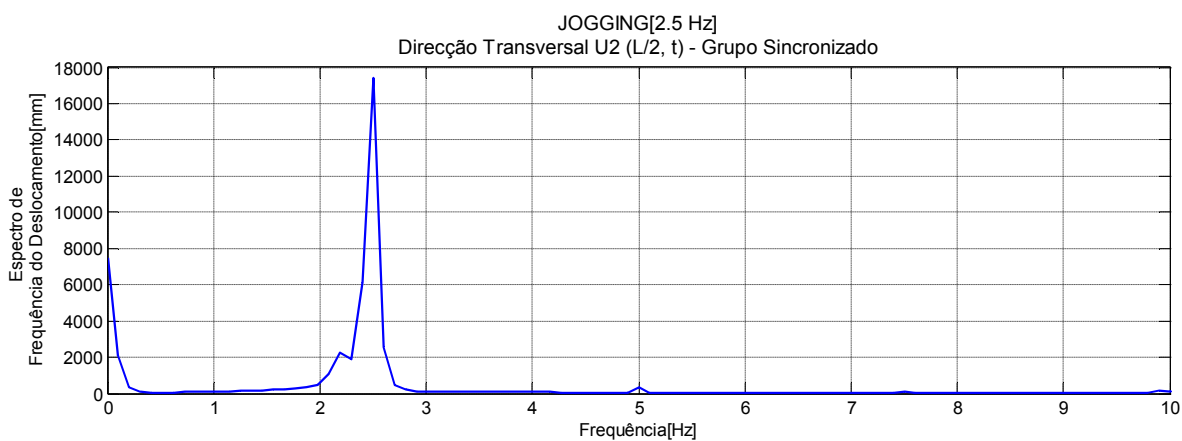


Figura 0.20 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

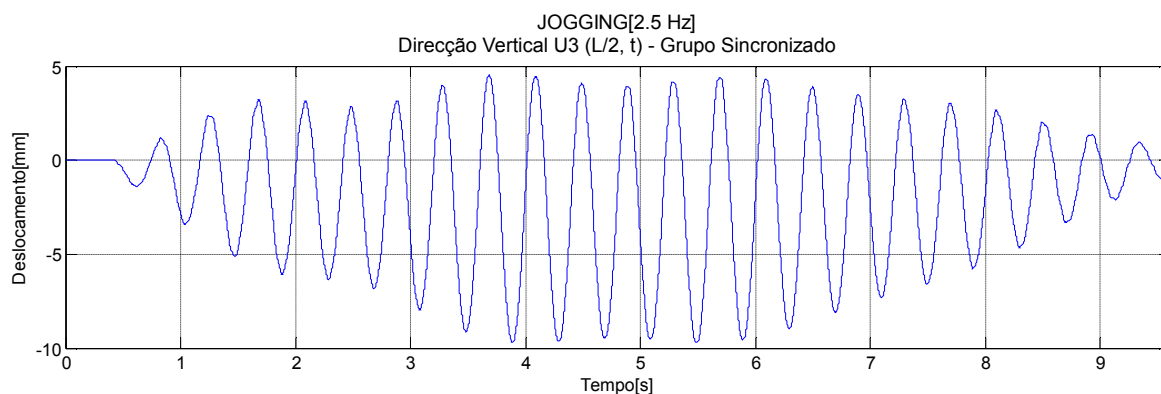


Figura 0.21 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção vertical em função do tempo

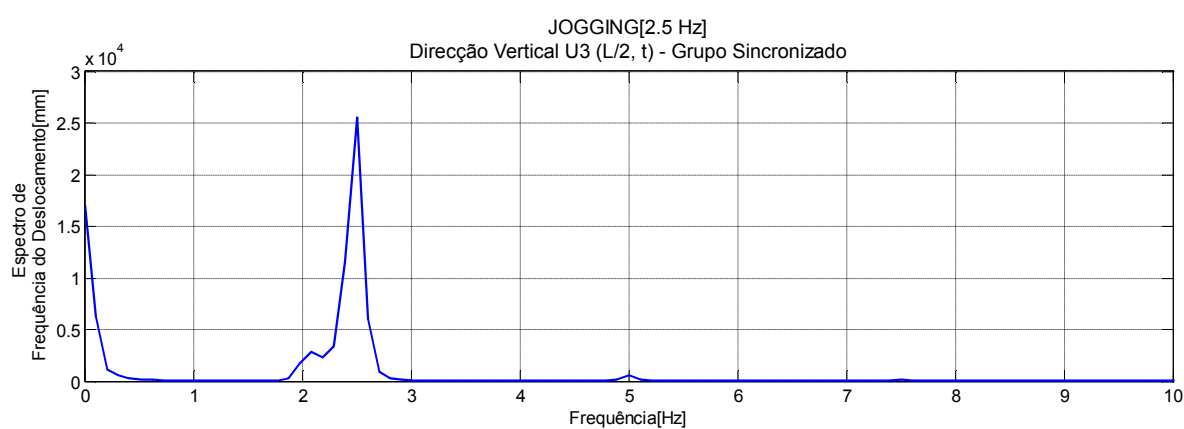


Figura 0.22 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

Acelerações - Jogging

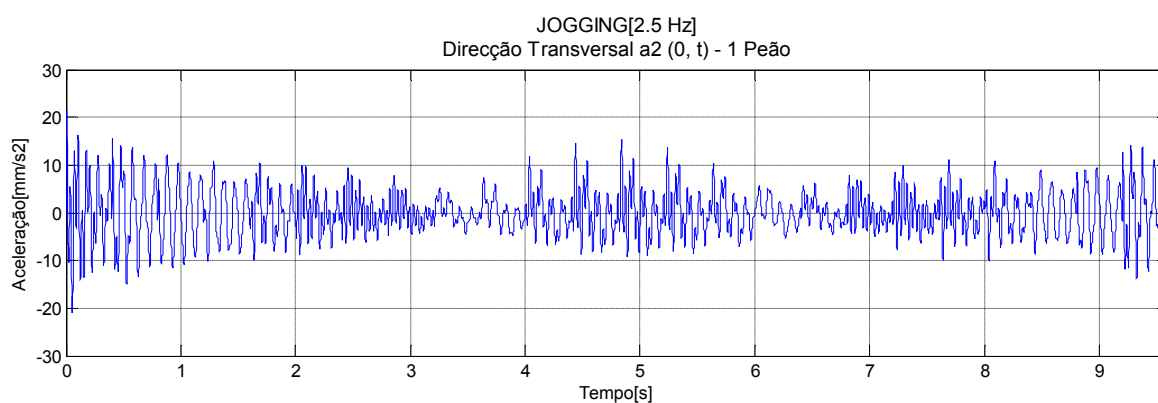


Figura 0.23 - Acelerações no apoio segundo a direcção transversal em função do tempo

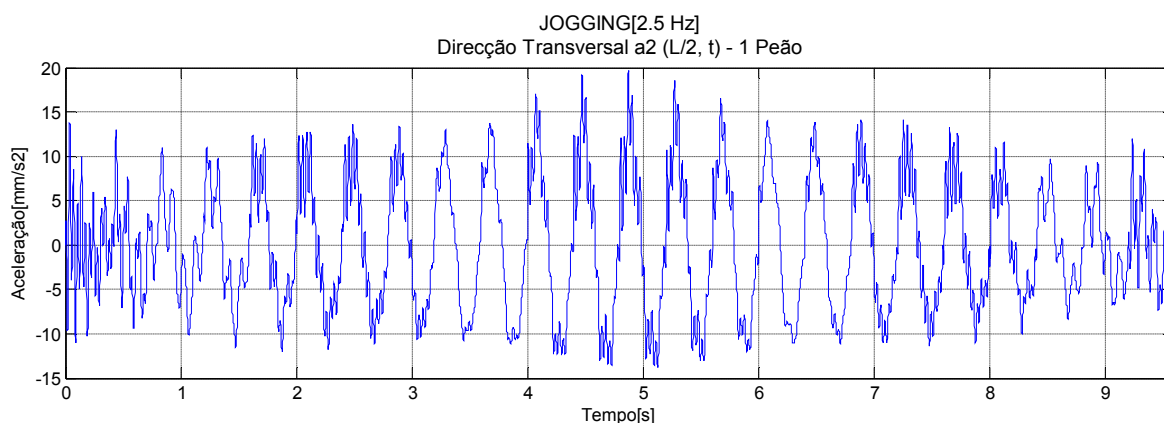


Figura 0.24 - Acelerações a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção transversal em função do tempo

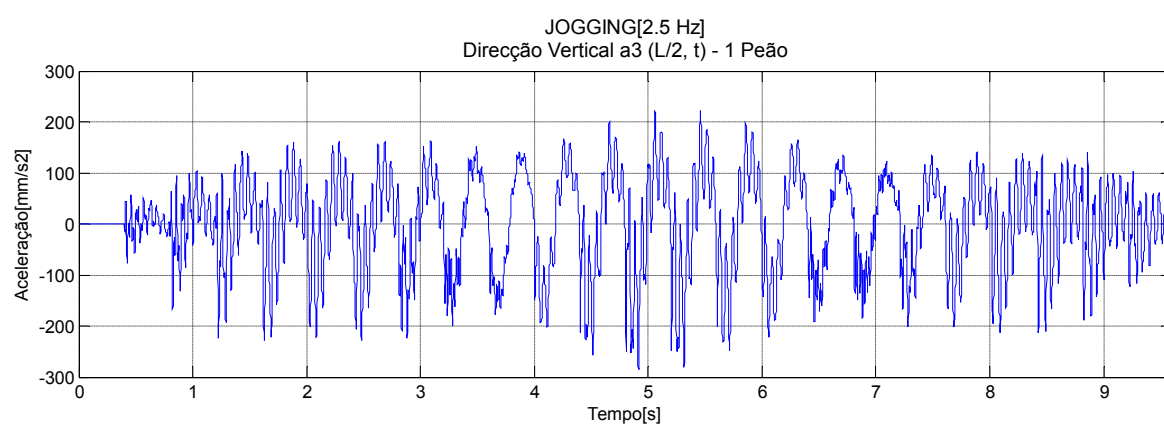


Figura 0.25 - Acelerações a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção vertical em função do tempo

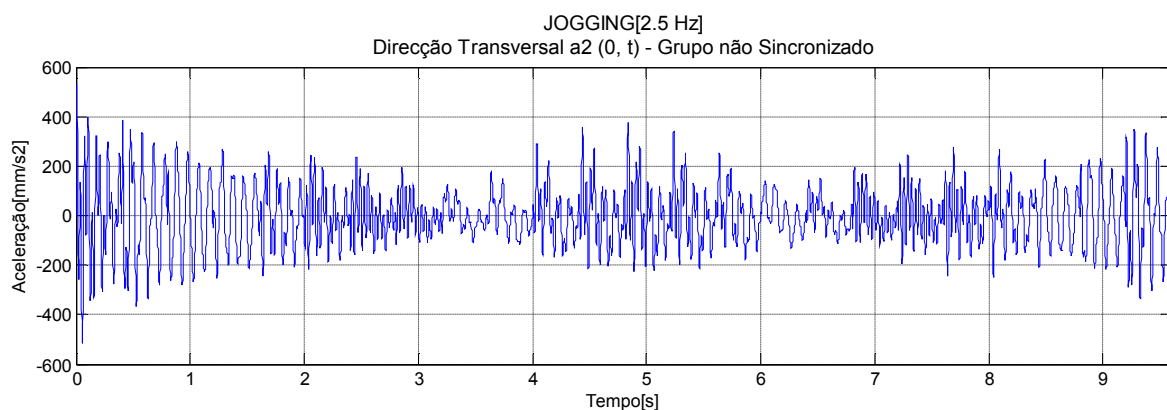


Figura 0.26 - Acelerações no apoio segundo a direcção transversal em função do tempo

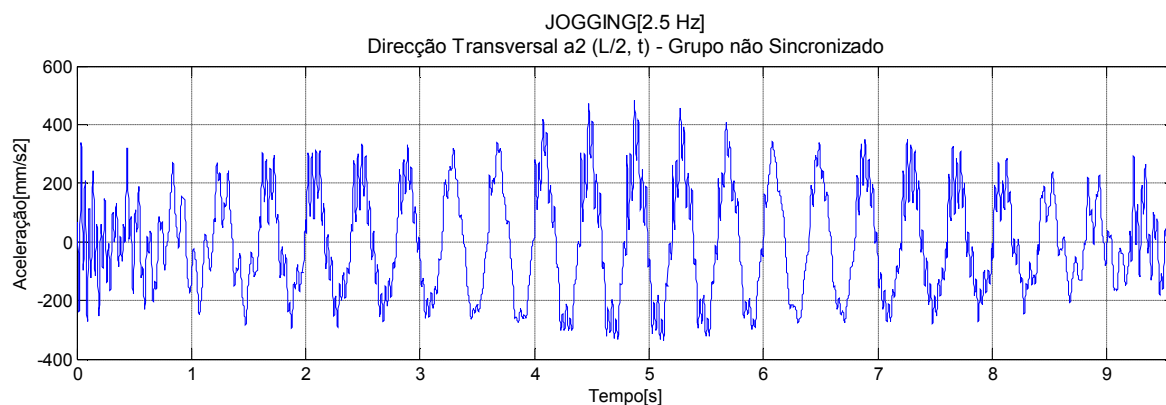


Figura 0.27 - Acelerações a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção transversal em função do tempo

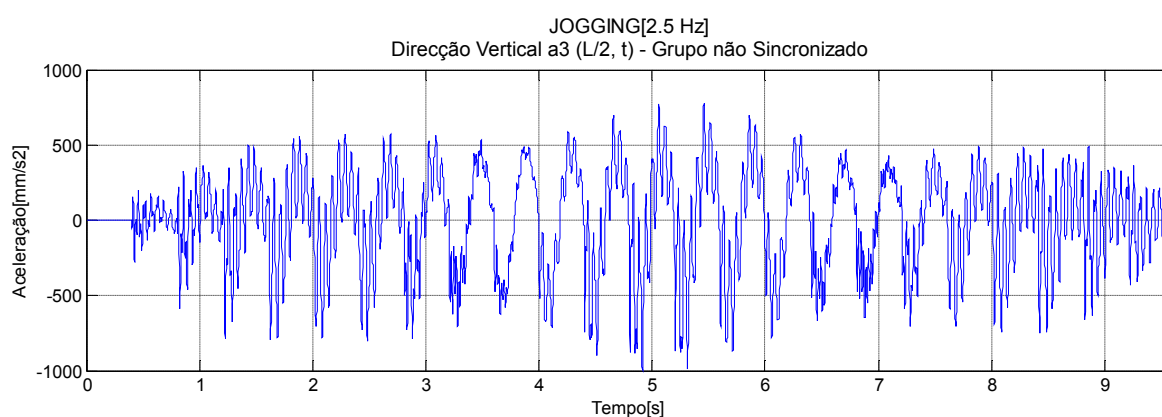


Figura 0.28 - Acelerações a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção vertical em função do tempo

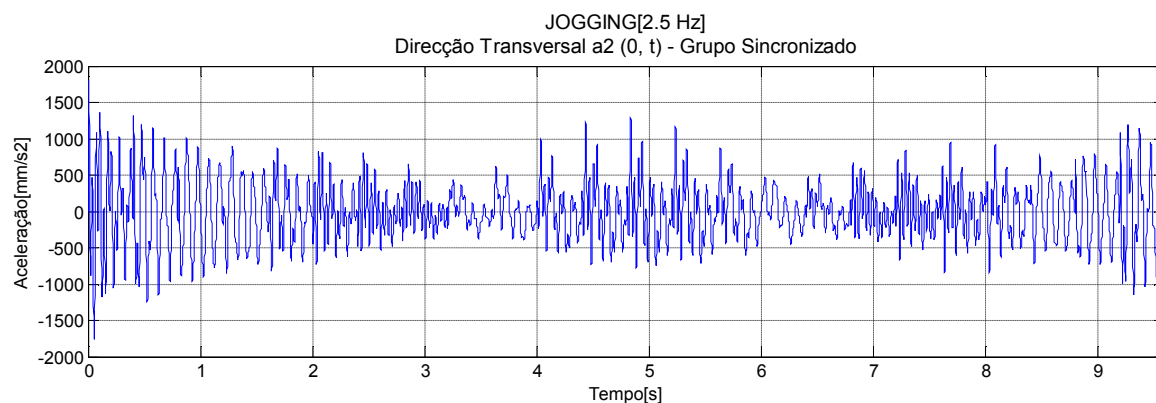


Figura 0.29 - Acelerações no apoio segundo a direcção transversal em função do tempo

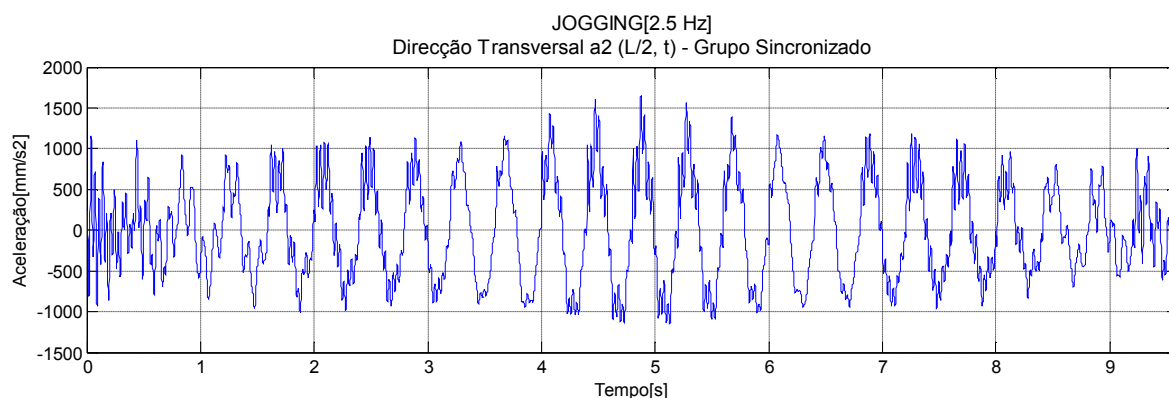


Figura 0.30 - Acelerações a 1/2 vão segundo a direcção transversal em função do tempo

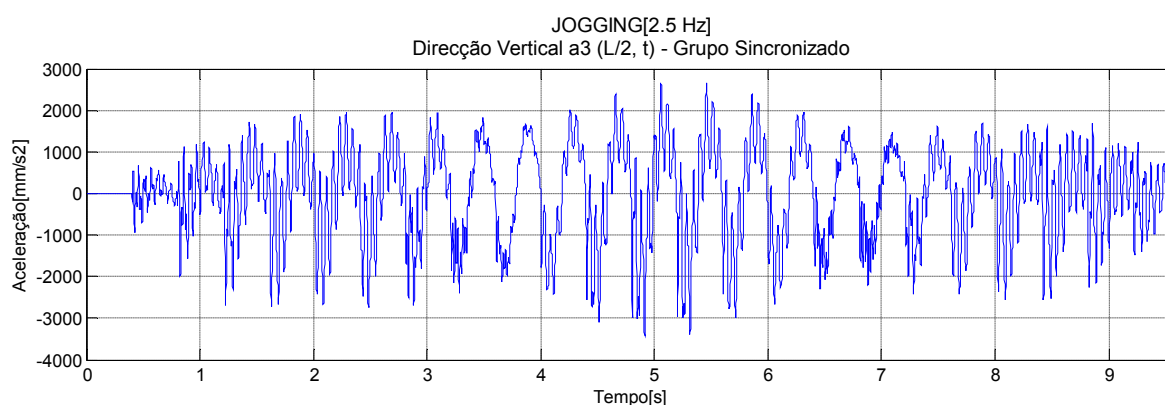


Figura 0.31 - Acelerações a 1/2 vão segundo a direcção vertical em função do tempo

Deslocamentos – “Andamento Normal”

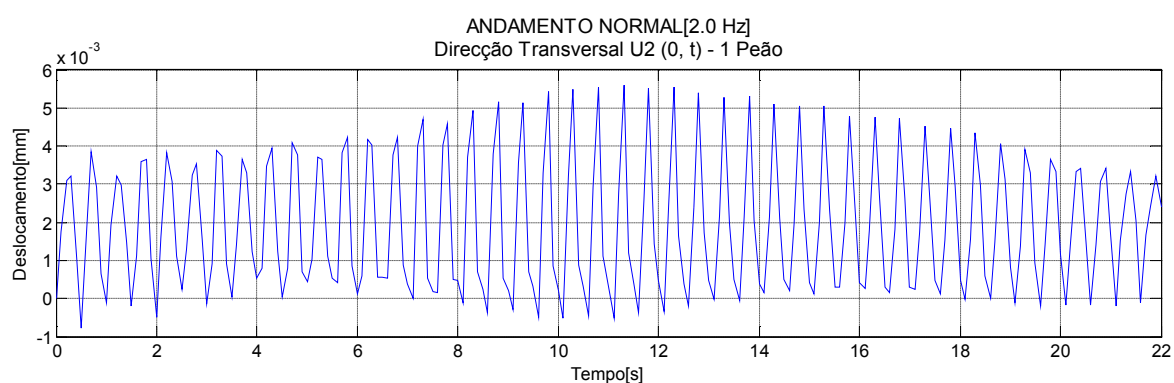


Figura 0.32 - Deslocamentos no apoio segundo a direcção transversal em função do tempo

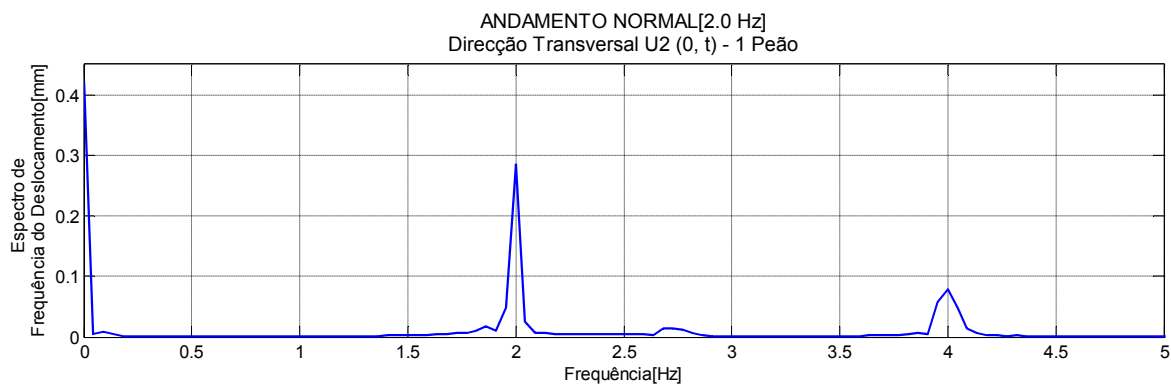


Figura 0.33 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

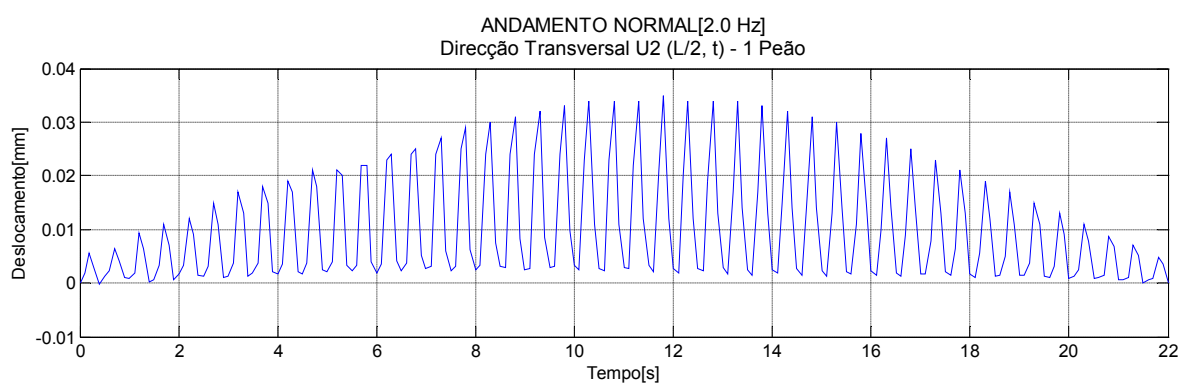


Figura 0.34 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção transversal em função do tempo

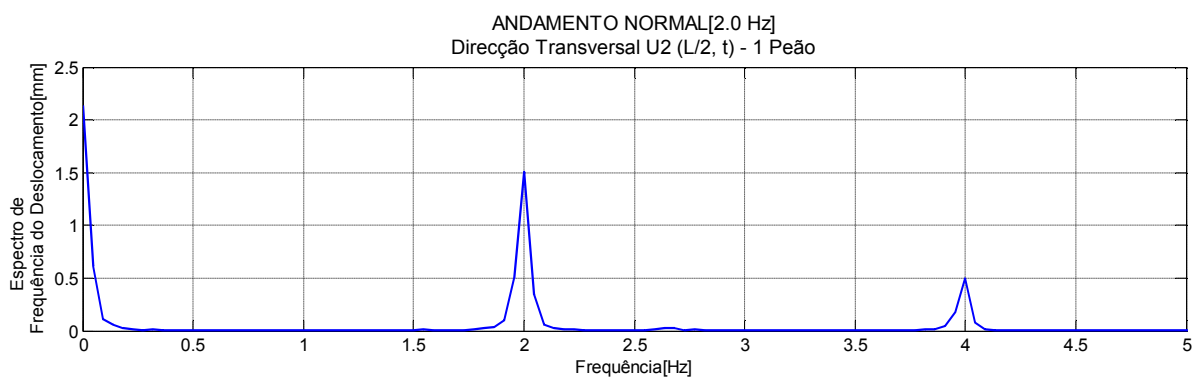


Figura 0.35 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

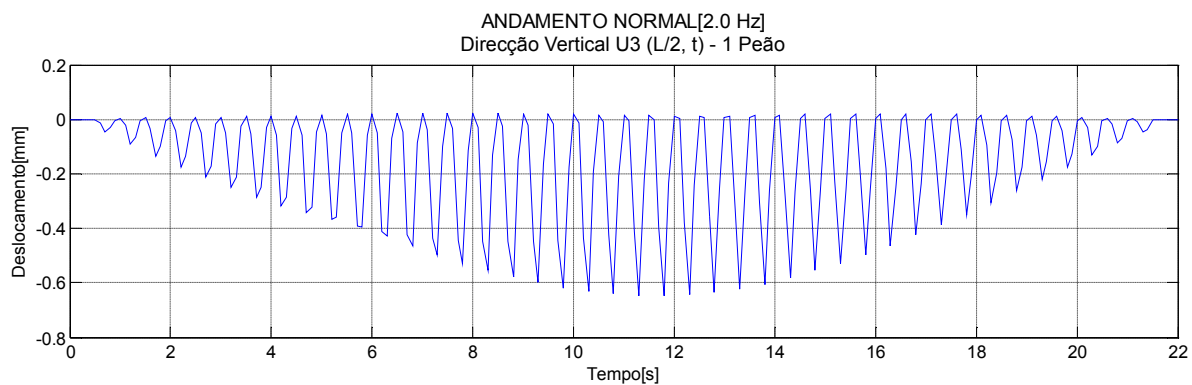


Figura 0.36 - Deslocamentos a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção vertical em função do tempo

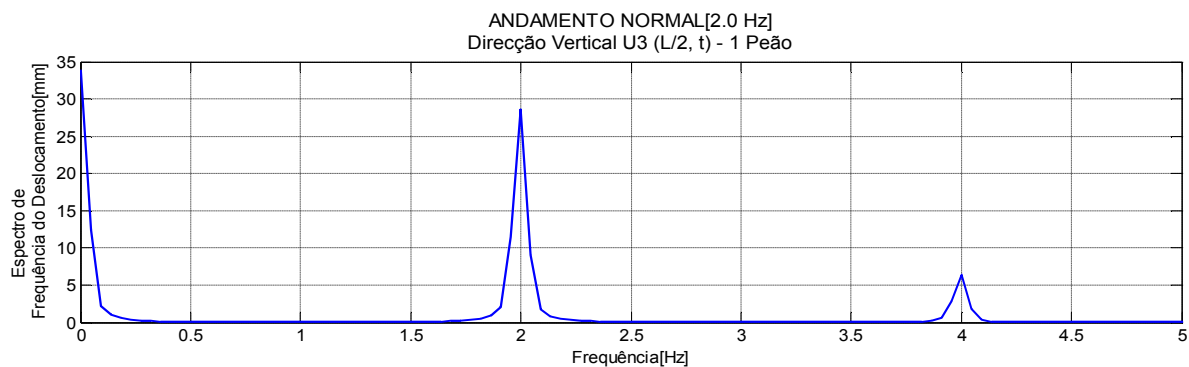


Figura 0.37 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

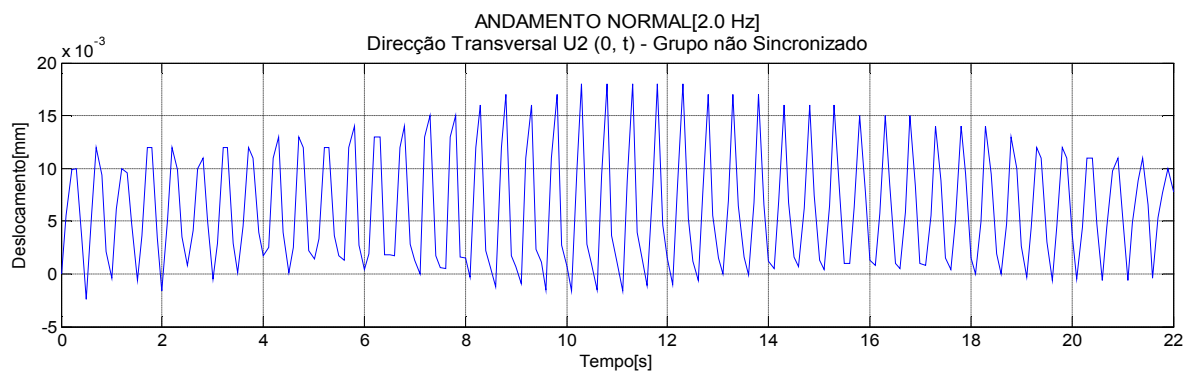


Figura 0.38 - Deslocamentos no apoio segundo a direcção transversal em função do tempo

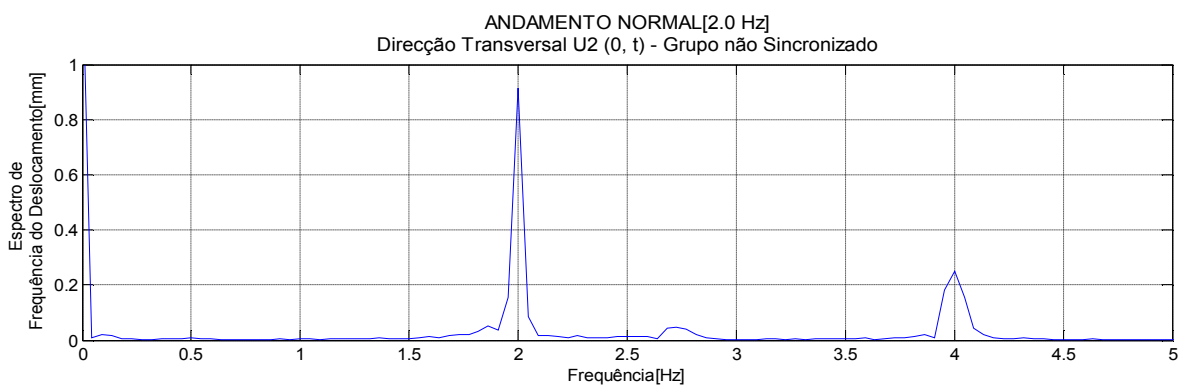


Figura 0.39 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

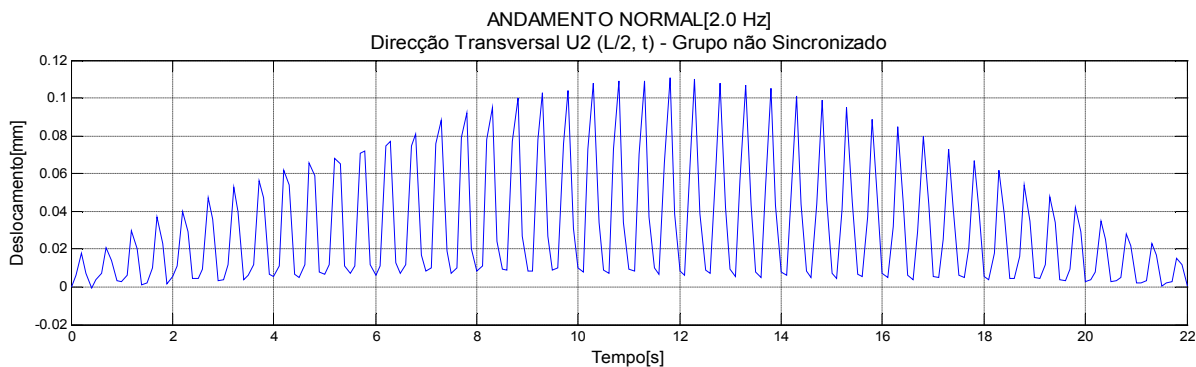


Figura 0.40 - Deslocamentos a 1/2 vão segundo a direcção transversal em função do tempo

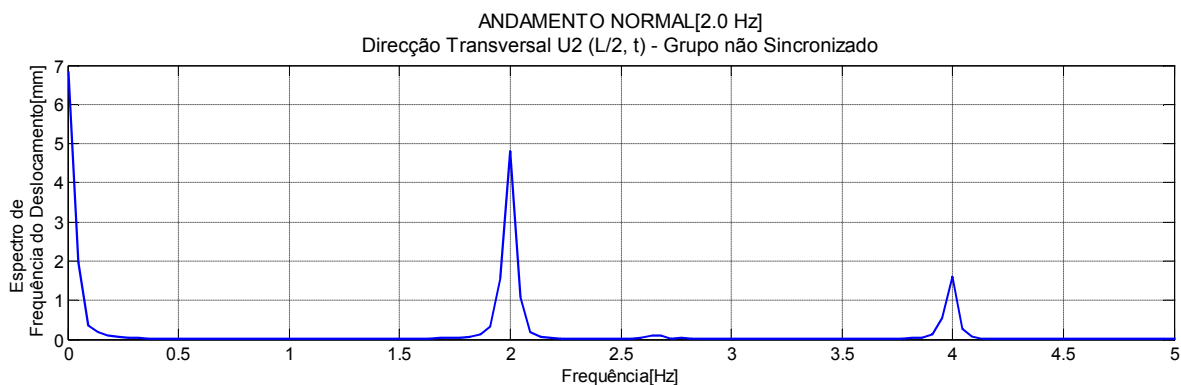


Figura 0.41 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

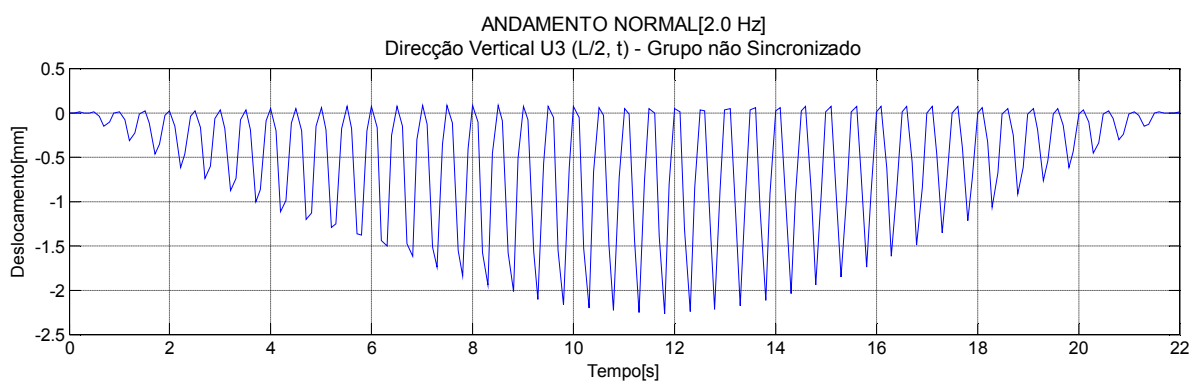


Figura 0.42 - Deslocamentos a 1/2 vão segundo a direcção vertical em função do tempo

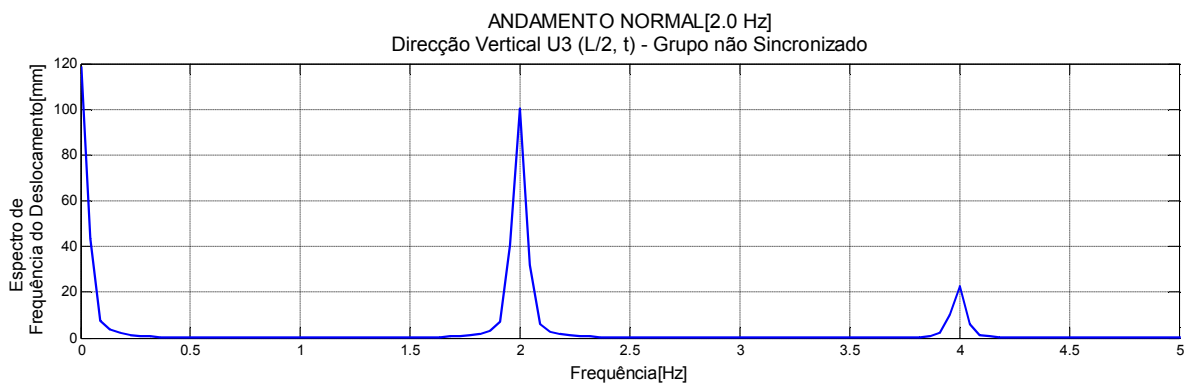


Figura 0.43 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

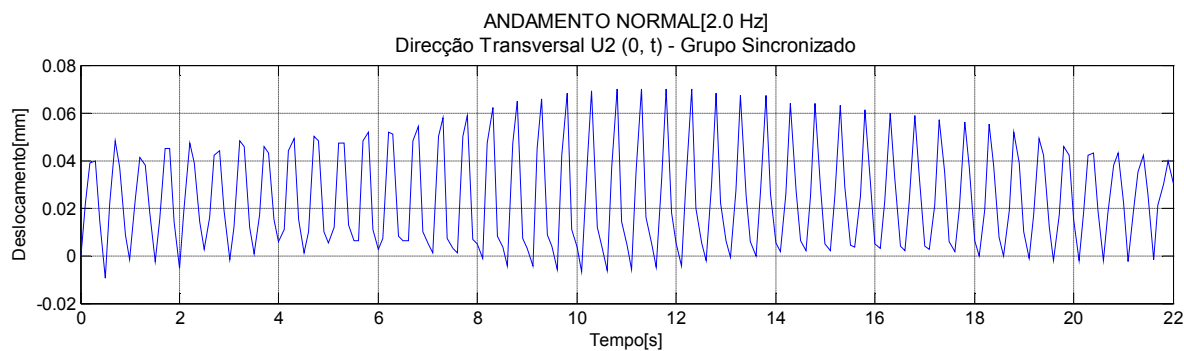


Figura 0.44 - Deslocamentos no apoio segundo a direcção transversal em função do tempo

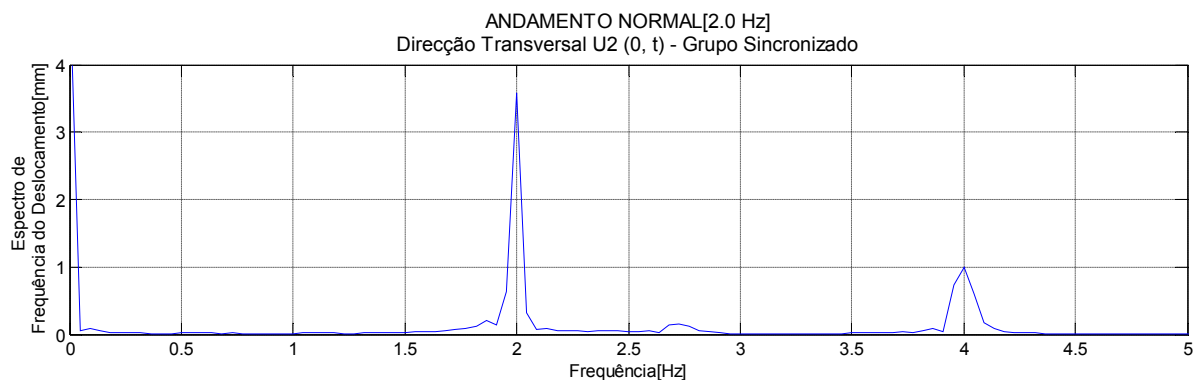


Figura 0.45 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

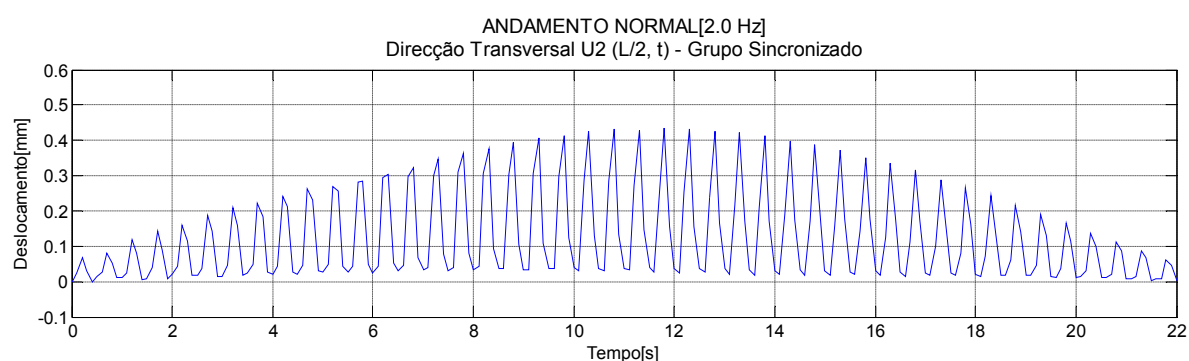


Figura 0.46 - Deslocamentos a 1/2 vão segundo a direcção transversal em função do tempo

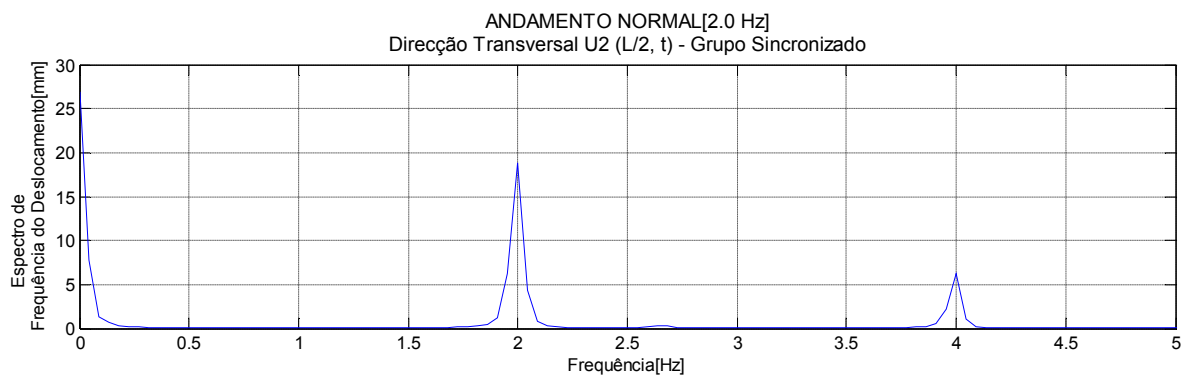


Figura 0.47 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

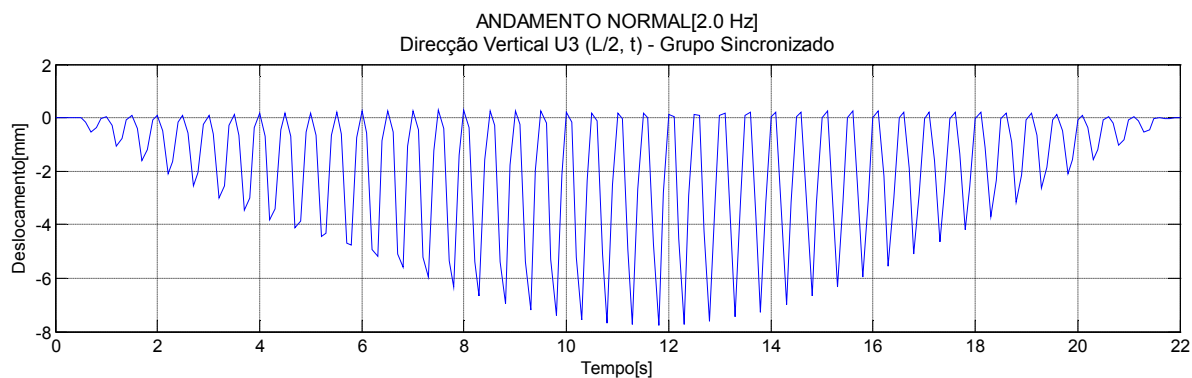


Figura 0.48 - Deslocamentos a 1/2 vão segundo a direcção vertical em função do tempo

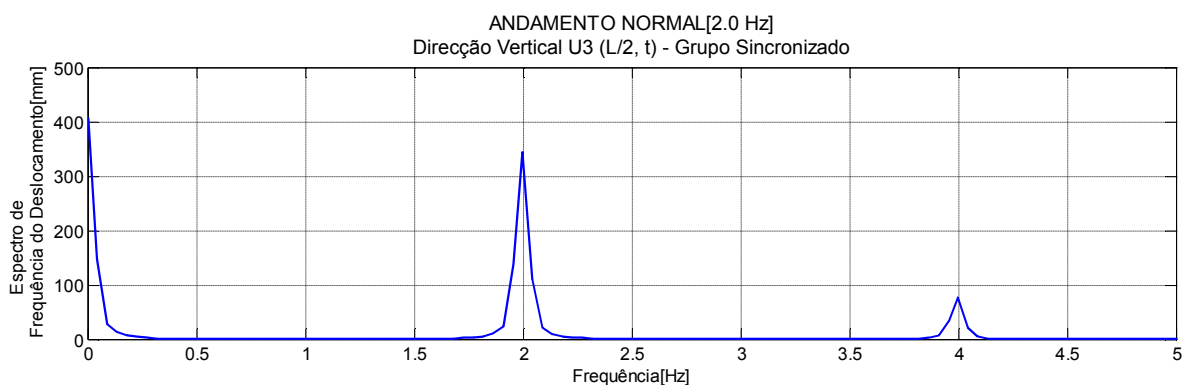


Figura 0.49 - Espectro de Frequência do Deslocamento para vários Harmónicos

Acelerações – “Andamento Normal”

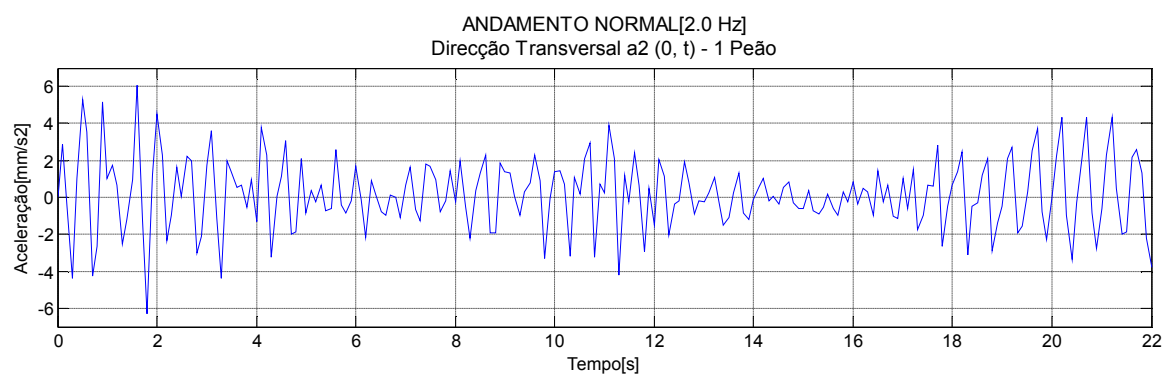


Figura 0.50 - Acelerações no apoio segundo a direcção transversal em função do tempo

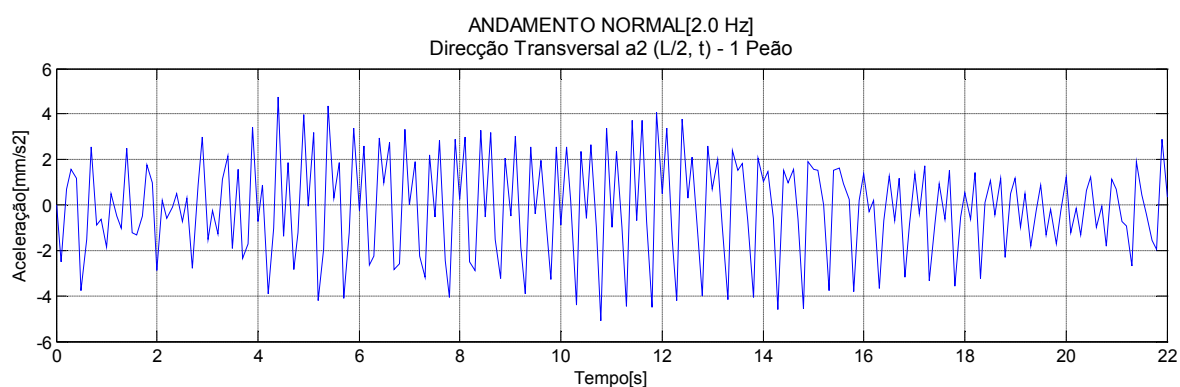


Figura 0.51 - Acelerações a 1/2 vão segundo a direcção transversal em função do tempo

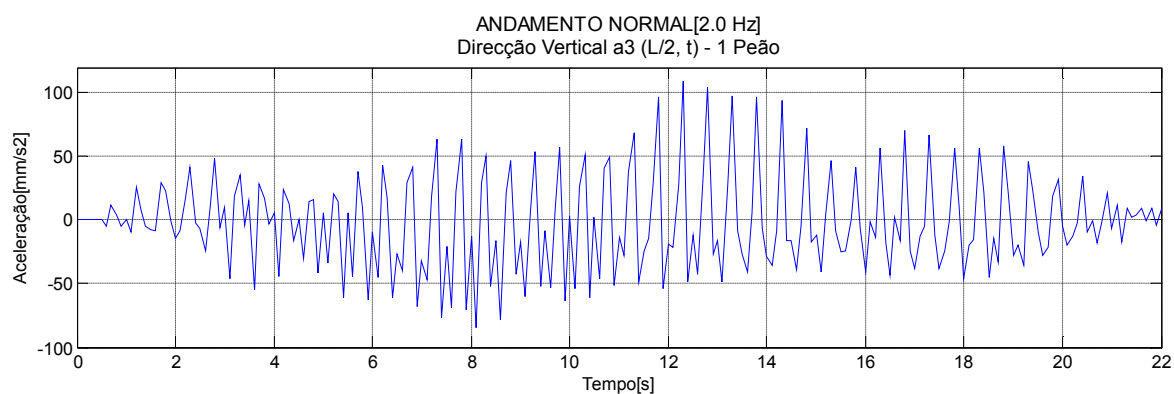


Figura 0.52 - Acelerações a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção vertical em função do tempo

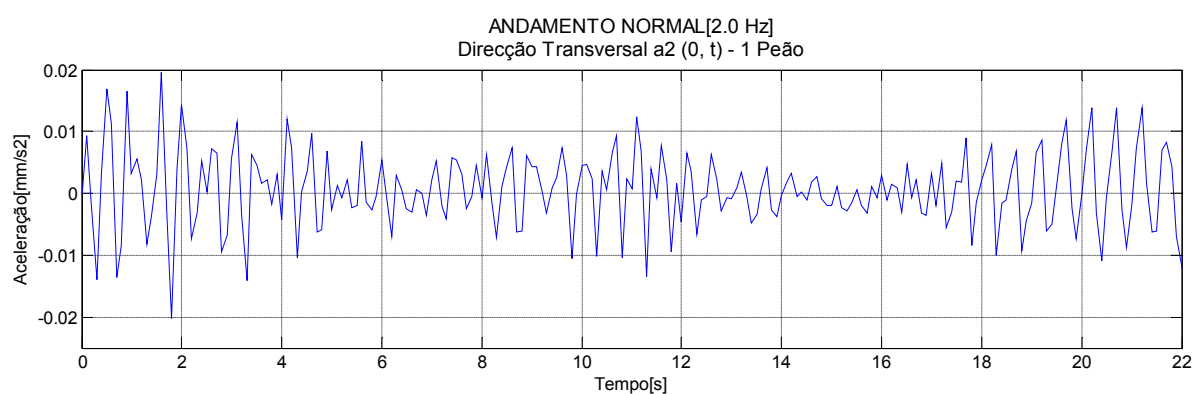


Figura 0.53 - Acelerações no apoio segundo a direcção transversal em função do tempo

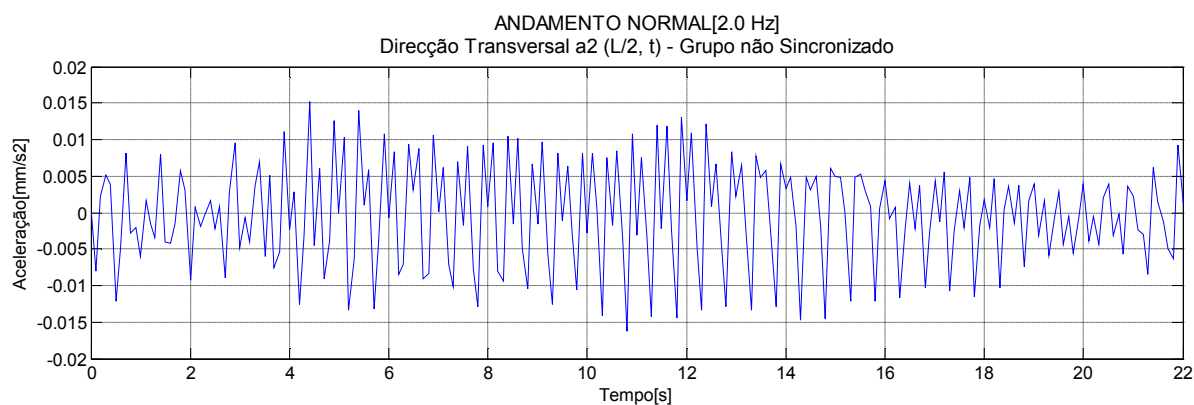


Figura 0.54 - Acelerações a $\frac{1}{2}$ vão segundo a direcção transversal em função do tempo

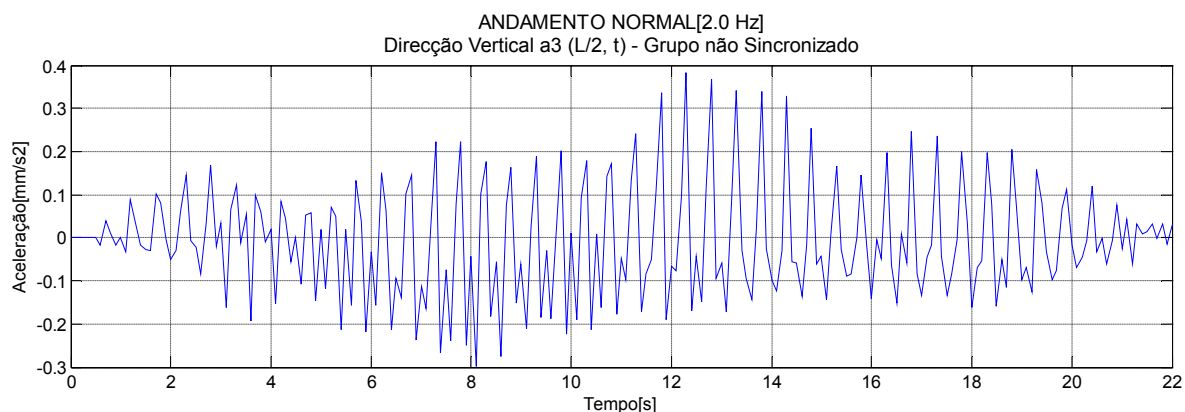


Figura 0.55 - Acelerações a 1/2 vão segundo a direcção vertical em função do tempo

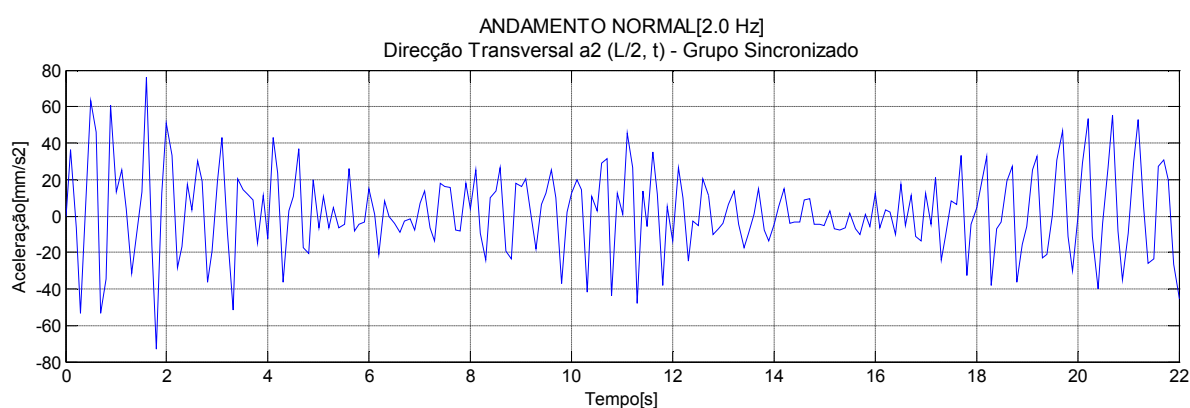


Figura 0.56 - Acelerações no apoio segundo a direcção transversal em função do tempo

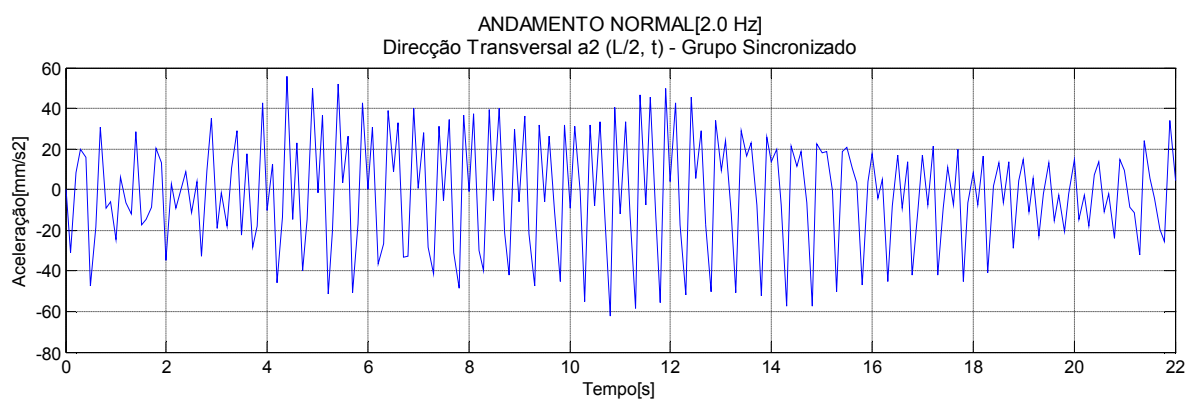


Figura 0.57 - Acelerações a 1/2 vão segundo a direcção transversal em função do tempo

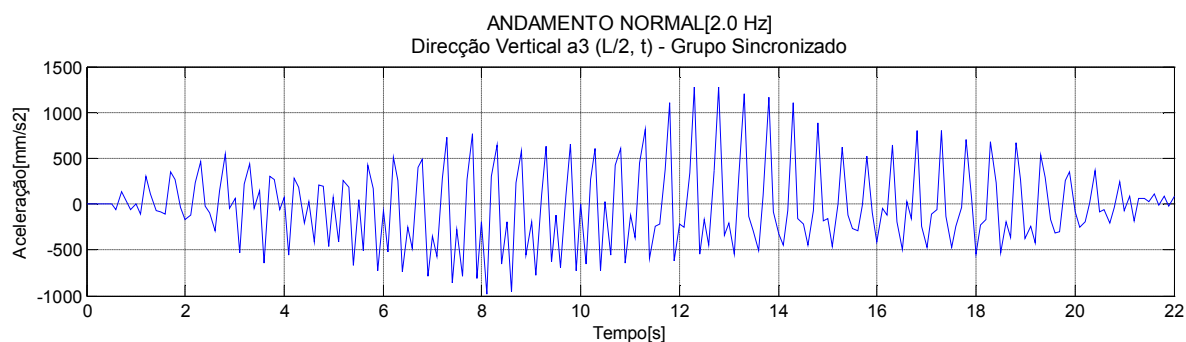


Figura 0.58 - Acelerações a 1/2 vão segundo a direcção vertical em função do tempo